



دانشگاه صنعتی اصفهان  
دانشکده مهندسی حمل و نقل

# تحلیل سیستم های حمل و نقل

تعادل در حمل و نقل

**Equilibrium in Transportation**

مدرس: محمد تمنایی

بهار ۱۳۹۶

تعادل در حمل و نقل

زمان سفر

(مهمتر، محسوس تر، شاخصی برای سایر هزینه ها)



## تابع عملکرد

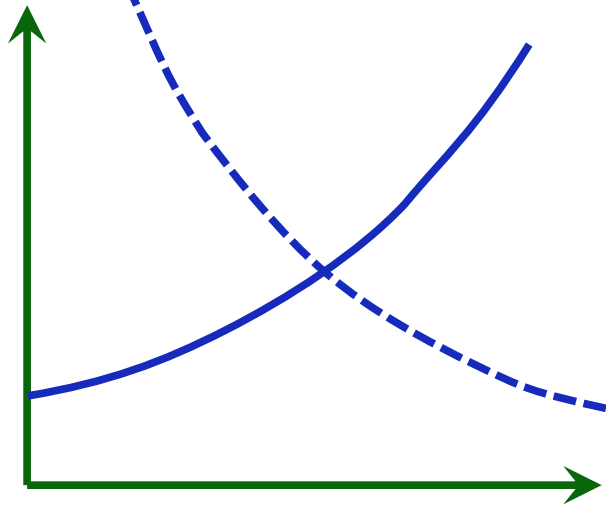
تعیین می کند: با تغییر حجم، زمان سفر چگونه تغییر می کند؟

Travel Time

زمان سفر

## تابع تقاضا

تعیین می کند: با تغییر زمان سفر، حجم چگونه تغییر می کند؟



Flow Rate

حجم

Demand/Performance

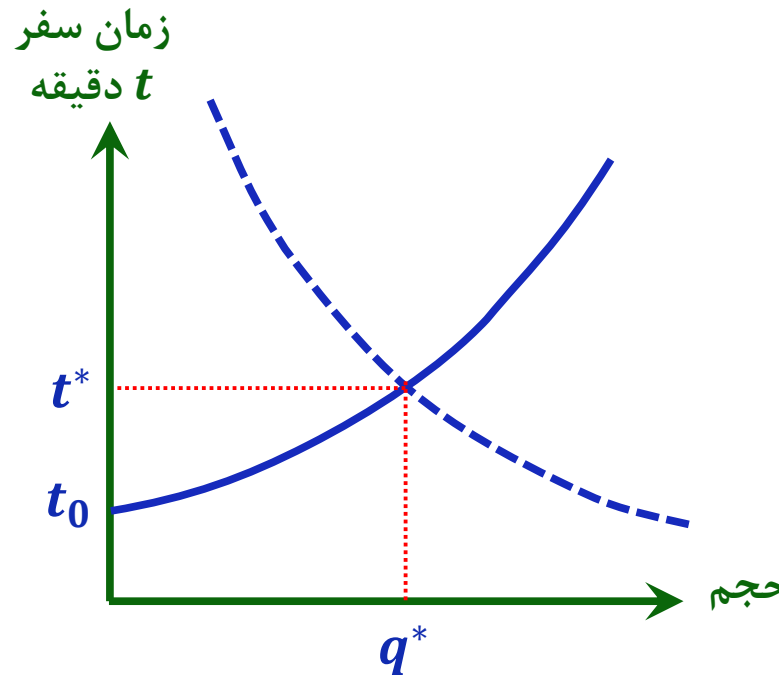
Equilibrium



اگر تقاضا و عملکرد را داشته باشیم، جواب تعادلی یا جریان تعادل چگونه به دست می آید؟



حالت اول (یک جاده)



جریان تعادل:  $q^*$

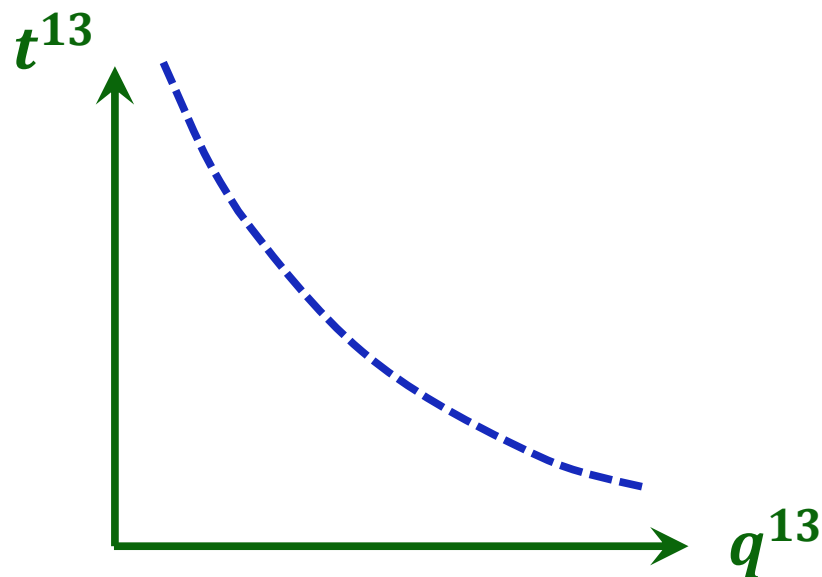


اگر تقاضا و عملکرد را داشته باشیم، جواب تعادلی یا جریان تعادل چگونه به دست می آید؟



حالت دوم (دو جاده پشت سر هم)  
(تقاضا صرفاً از ۱ به ۳ است)

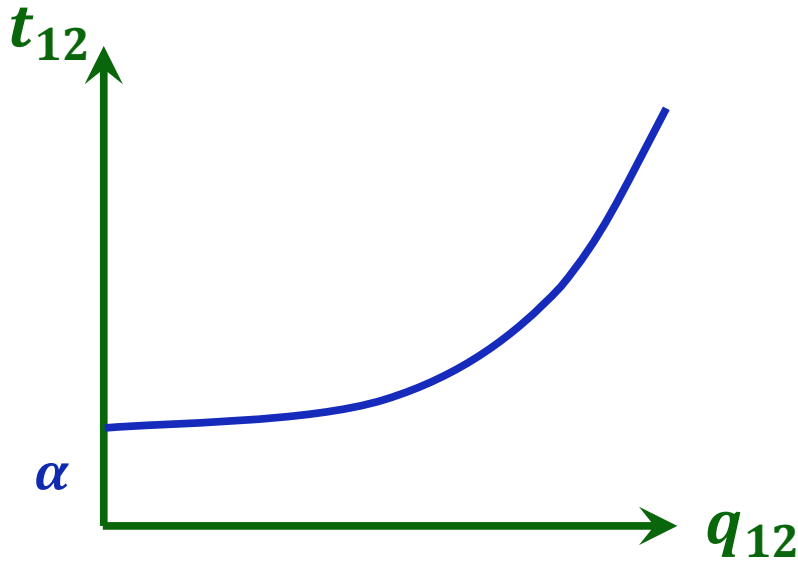
تقاضا



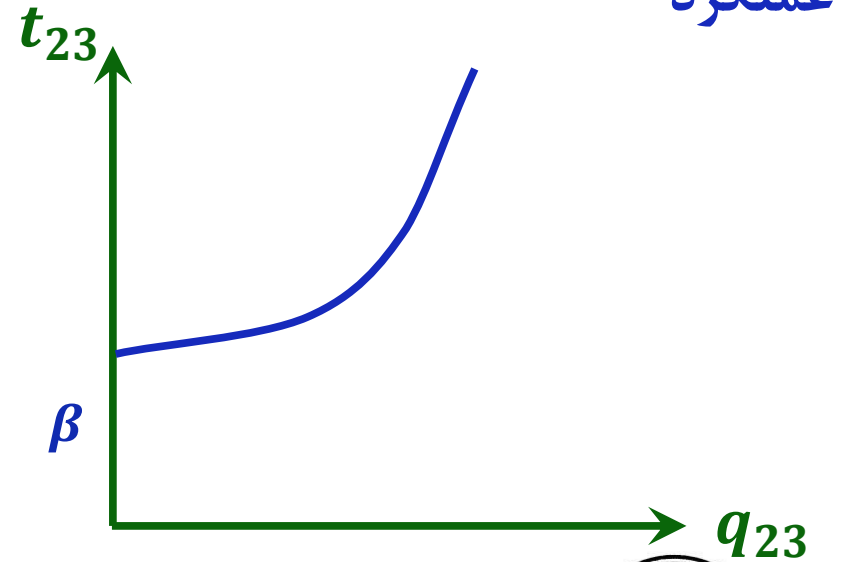
اگر تقاضا و عملکرد را داشته باشیم، جواب تعادلی یا جریان تعادل چگونه به دست می آید؟



حالت دوم (دو جاده پشت سر هم)  
(تقاضا صرفاً از ۱ به ۳ است)



معبر با ظرفیت زیاد



معبر با ظرفیت کم



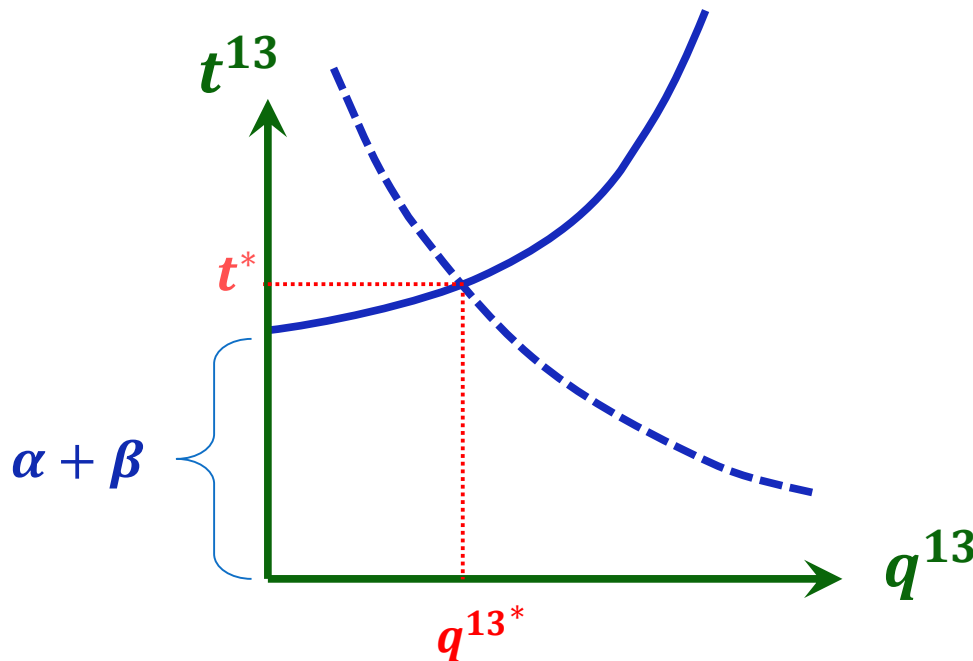
اگر تقاضا و عملکرد را داشته باشیم، جواب تعادلی یا جریان تعادل چگونه به دست می آید؟



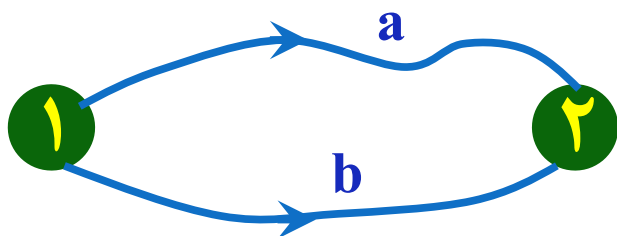
حالت دوم (دو جاده پشت سر هم)  
(تقاضا صرفاً از ۱ به ۳ است)

رابطه جریانها

رابطه زمان سفرها

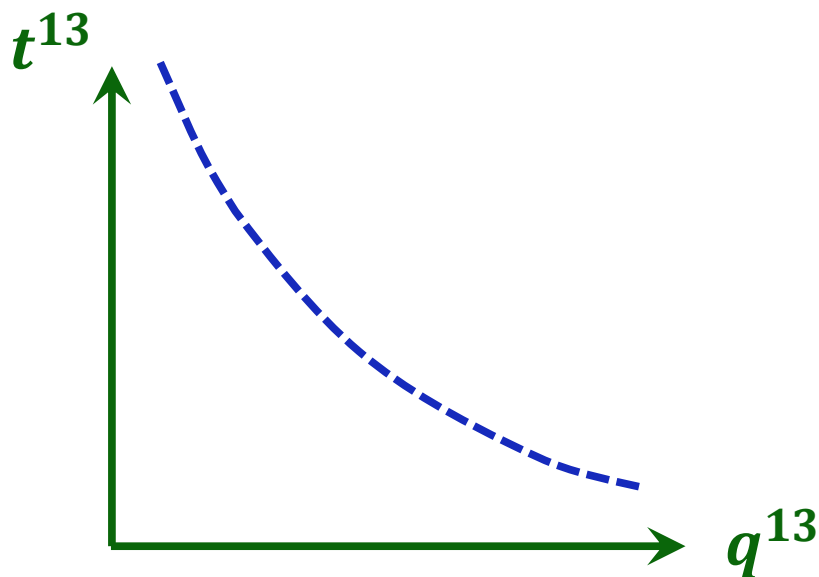


اگر تقاضا و عملکرد را داشته باشیم، جواب تعادلی یا جریان تعادل چگونه به دست می آید؟



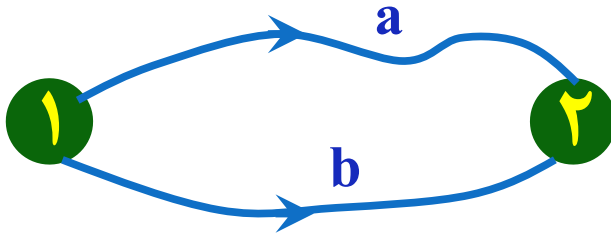
حالت سوم (دو جاده موازی)

تقاضا

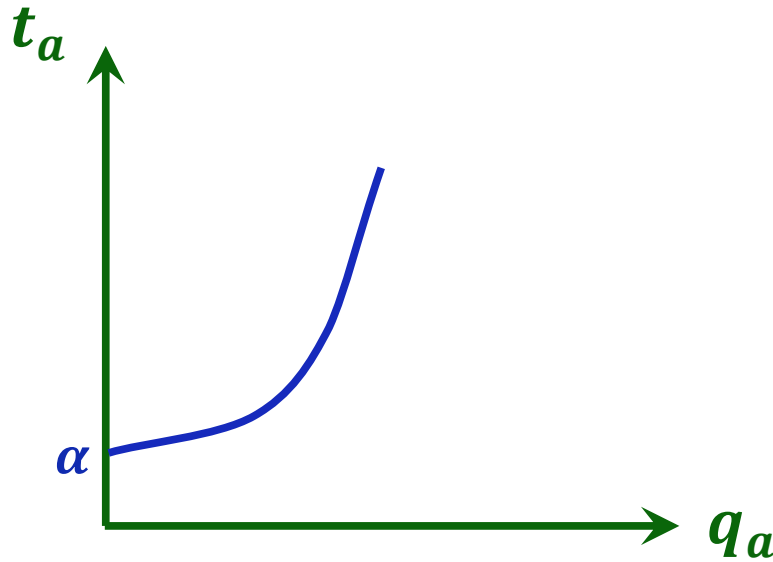




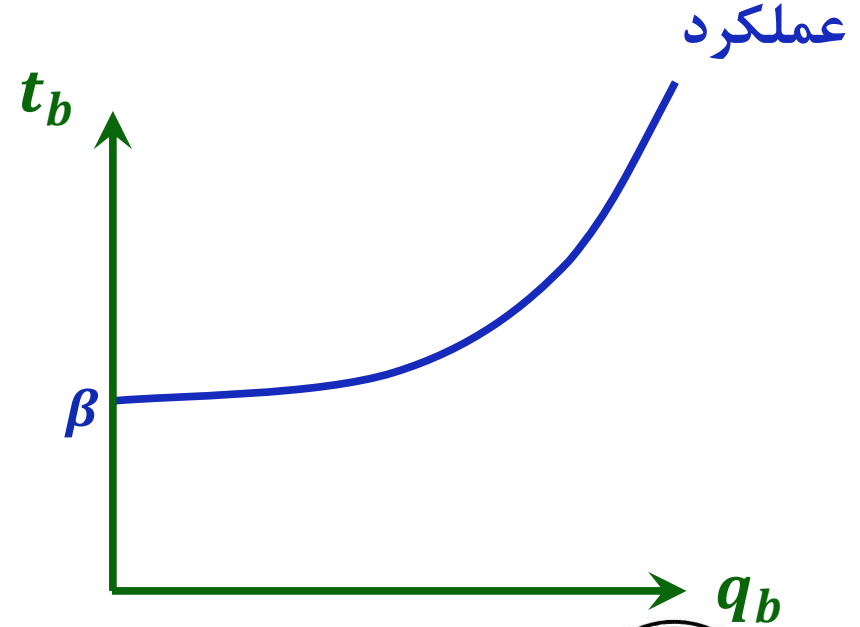
اگر تقاضا و عملکرد را داشته باشیم، جواب تعادلی یا جریان تعادل چگونه به دست می آید؟



حالت سوم (دو جاده موازی)



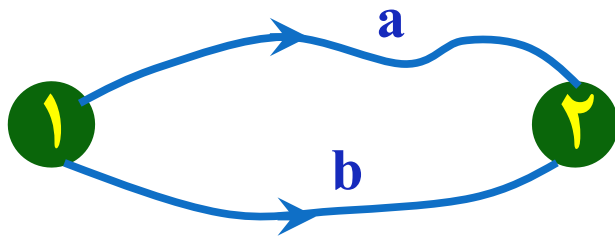
معبر کوتاه با ظرفیت کم



معبر طولانی با ظرفیت زیاد



اگر تقاضا و عملکرد را داشته باشیم، جواب تعادلی یا جریان تعادل چگونه به دست می آید؟

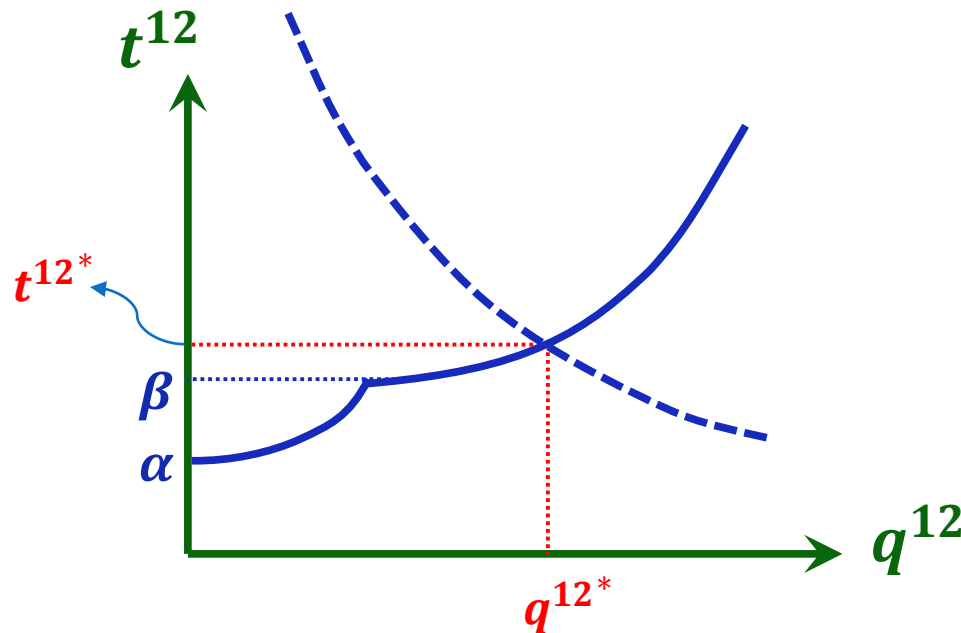


حالت سوم (دو جاده موازی)

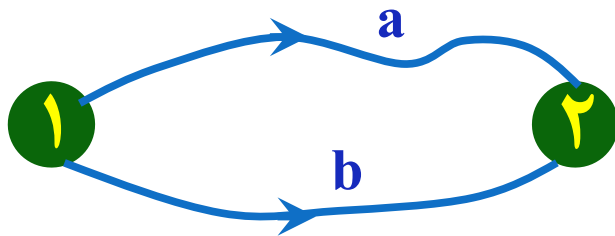
رابطه جریانها  $q^{12*} = q_a^* + q_b^*$

رابطه زمان سفرها  $t^{12*} = t_a^* = t_b^*$

زمان سفر تعادل:  $t^{12*}$



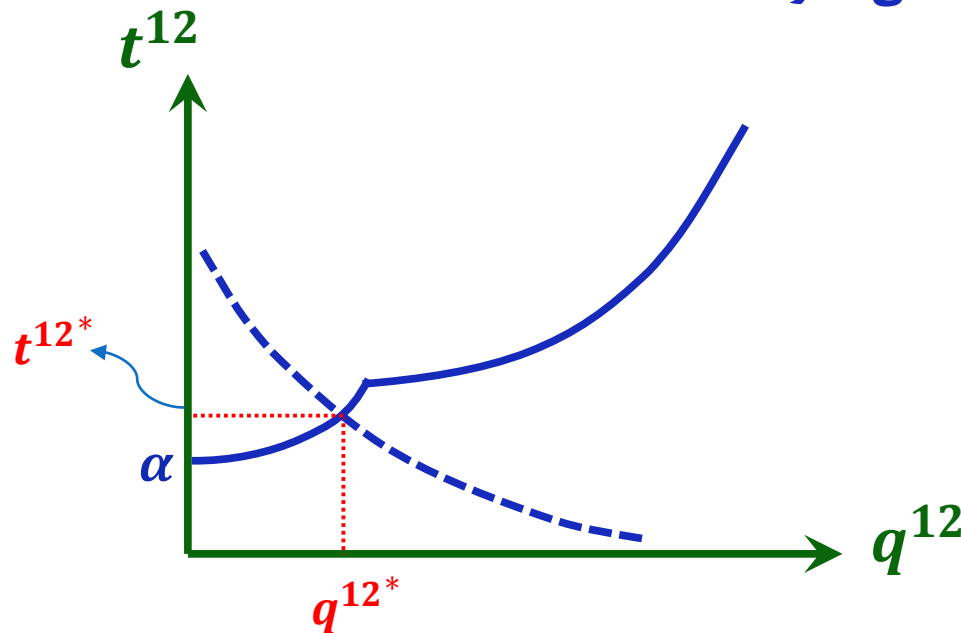
اگر تقاضا و عملکرد را داشته باشیم، جواب تعادلی یا جریان تعادل چگونه به دست می آید؟



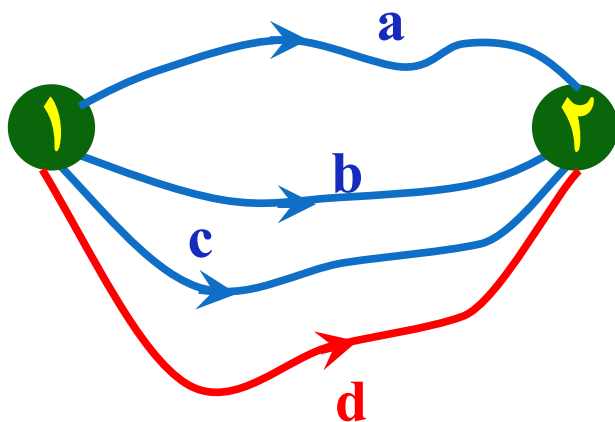
حالت سوم (دو جاده موازی)

زمان سفر تعادل:  $t^{12*}$

همه ی حجم از کمان a می گذرد.



اگر (در حالت تعادل) در یکی از مسیرها جریانی وجود نداشته باشد:  
 زمان سفر آن مسیر بزرگتر است.



$$t_a^* = t_b^* = t_c^* \leq t_d^*$$



## تعادل استفاده کننده (UE) User Equilibrium

در انتخاب مسیر: هر استفاده کننده زمان سفر خود را کمینه میکند.  
(نمی تواند بطور یکجانبه زمان سفر خود را بهبود دهد، عدم نیروی اجباری خالص)  
(تعادل UE = تعادل واردراپ)

### ویژگی های UE:

- ✓ همه رانندگان منطقی اند. تصمیم درست و مسیر مینیمم خود را انتخاب می کنند.
- ✓ اطلاعات کامل همه از همه مسیرها
- ✓ رانندگان در رفتار و درک زمان سفر کمانها کاملا مشابه با یکدیگر هستند.



## شرط UE

برای هر مبدأ-مقصد:

زمان سفر مسیرهای استفاده شده برابر با  $u$  باشد.

زمان سفر مسیرهای استفاده نشده بیشتر یا مساوی  $u$  باشد.



## تبادل استفاده کننده با عدم قطعیت (SUE) Stochastic User Equilibrium

هیچ راننده ای باور ندارد که بتواند زمان سفر خود را با تغییر یکجانبه مسیر کاهش دهد.

$$C_k^{rs} = C_k^{rs} + \varepsilon_k^{rs}$$

$C_k^{rs}$  زمان سفر درک شده مسیر  $k$  بین  $s$  و  $r$   
 $C_k^{rs}$  زمان سفر قطعی مسیر  $k$  بین  $s$  و  $r$   
 $\varepsilon_k^{rs}$  مولفه تصادفی خطای درک زمان سفر (تصادفی)



هیچ راننده ای نمی تواند با تغییر یکجانبه مسیر خود، زمان سفر خود را کاهش دهد.

UE

هیچ راننده ای نمی تواند با تغییر یکجانبه مسیر خود، زمان سفر درک شده خود را کاهش دهد  
(باور ندارد که بتواند با تغییر یکجانبه مسیر خود، زمان سفر خود را کاهش دهد)

SUE

همه رانندگان، زمان سفر همه کمانها را با قطعیت می دانند.

UE

رانندگان درک متفاوتی از زمان سفر کمانها دارند.

SUE

هر راننده مسیر می نی مم خود را انتخاب می کند.

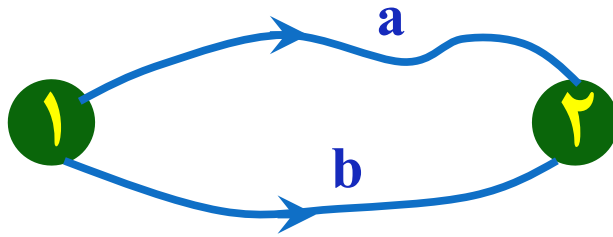
UE

هر راننده تصور میکند که مسیر می نی مم خود را انتخاب می کند.

SUE







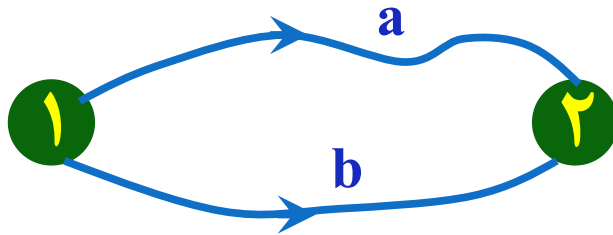
مطلوب است تخصیص به روش UE

$$t_a = 10 + 2x_a^2$$

$$t_b = 10 + x_b$$

$$q^{12} = 8$$





مطلوب است تخصیص به روش UE

$$t_a = 10 + 2x_a^2$$

$$t_b = 10 + x_b$$

$$q^{12} = 8 - 0.5 \times t^{12}$$



(SE) System Equilibrium

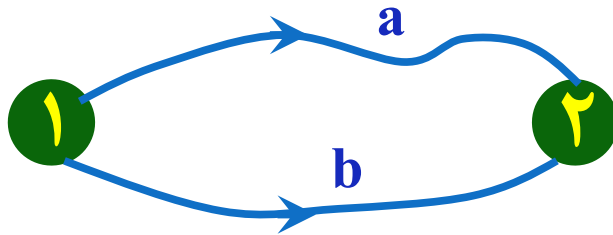
(SO) System Optimality

تعادل سیستم (بهینگی سیستم)

شرایطی که در آن کل زمان سفر شبکه (هزینه کل) می نی مم است.

در واقع برای رانندگان، ممکن است شرایط تعادل محسوب نشود. ولی برای کل سیستم هزینه بهینه (کمینه) است.





مطلوب است تخصیص به روش SE

$$t_a = 10 + 2x_a^2$$

$$t_b = 10 + x_b$$

$$q^{12} = 8$$



**Sheffi Y (1985), Urban Transportation Networks: Equilibrium Analysis with Mathematical Programming Methods, Prentice Hall, New Jersey.**  
**(Chapter 1)**

