دانشگاه صنعتی اصفهان
دانشکده مهندسی حمل و نقل

تحلیل سیستم های حمل و نقل

مسئله تعادل استفاده کننده با تقاضای متغیر

(مفهوم، مدل ریاضی)

مدرس: محمد تمنایی

بهار ۱۳۹۶

تعادل استفاده کننده با تقاضای متغیر

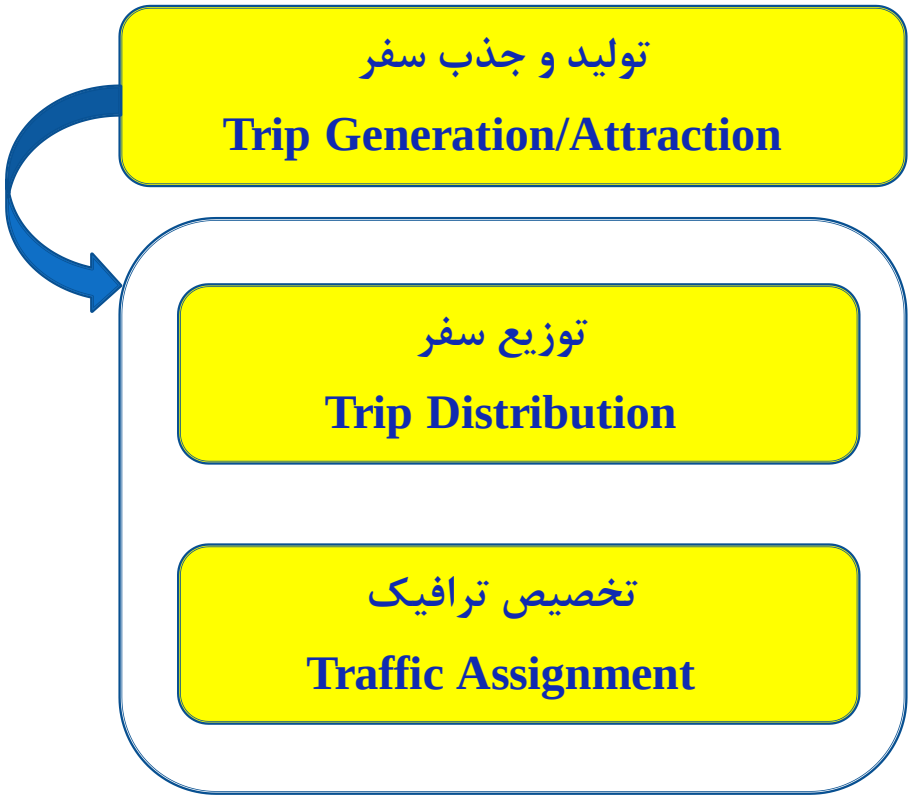
فهرست:

- ✓ مقدمه
- ✓ مدل ریاضی
- ✓ برابری مدل ریاضی با شرایط UE
- ✓ الگوریتم ترکیب محدب
- ✓ جمع بندی

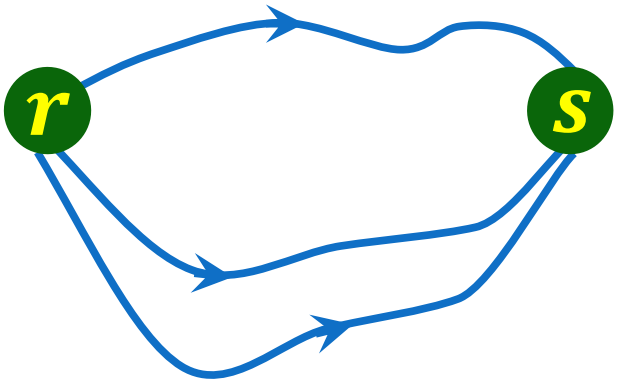
تعادل استفاده کننده با تقاضای متغیر

تخصیص ترافیک خودروی شخصی:

تخصیص با تقاضای متغیر = لحاظ همزمان توزیع و تخصیص



تعادل استفاده کننده با تقاضای متغیر



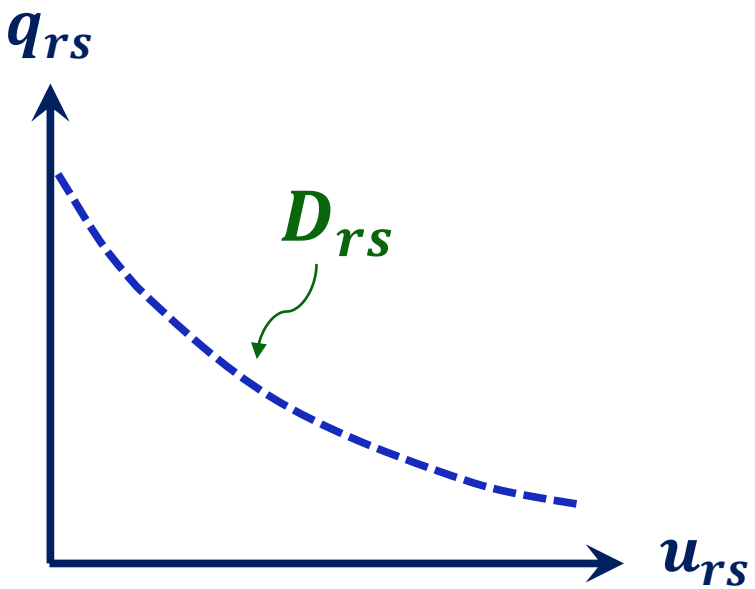
D_{rs} تابع تقاضای زوج مبدأ-مقصد rs

(برای سفرهای خودرو شخصی)

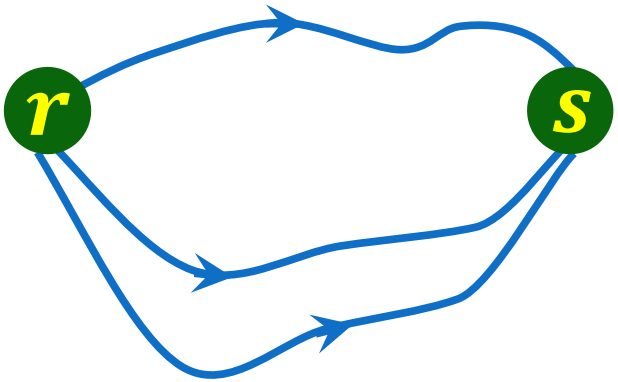
$$q_{rs} = D_{rs}(u_{rs}) \quad \forall r, s$$

q_{rs}: تقاضای سفر (نرخ سفر) بین r و s

u_{rs}: کمترین زمان سفر بین r و s



تعادل استفاده کننده با تقاضای متغیر



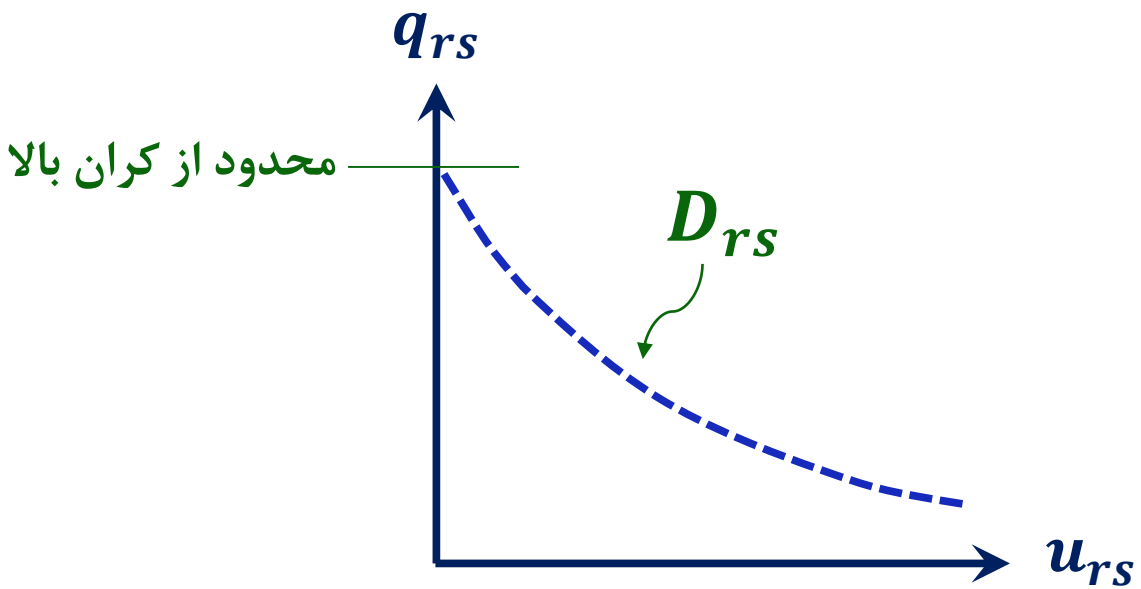
D_{rs} تابع تقاضای زوج مبدأ-مقصد rs

(برای سفرهای خودرو شخصی)

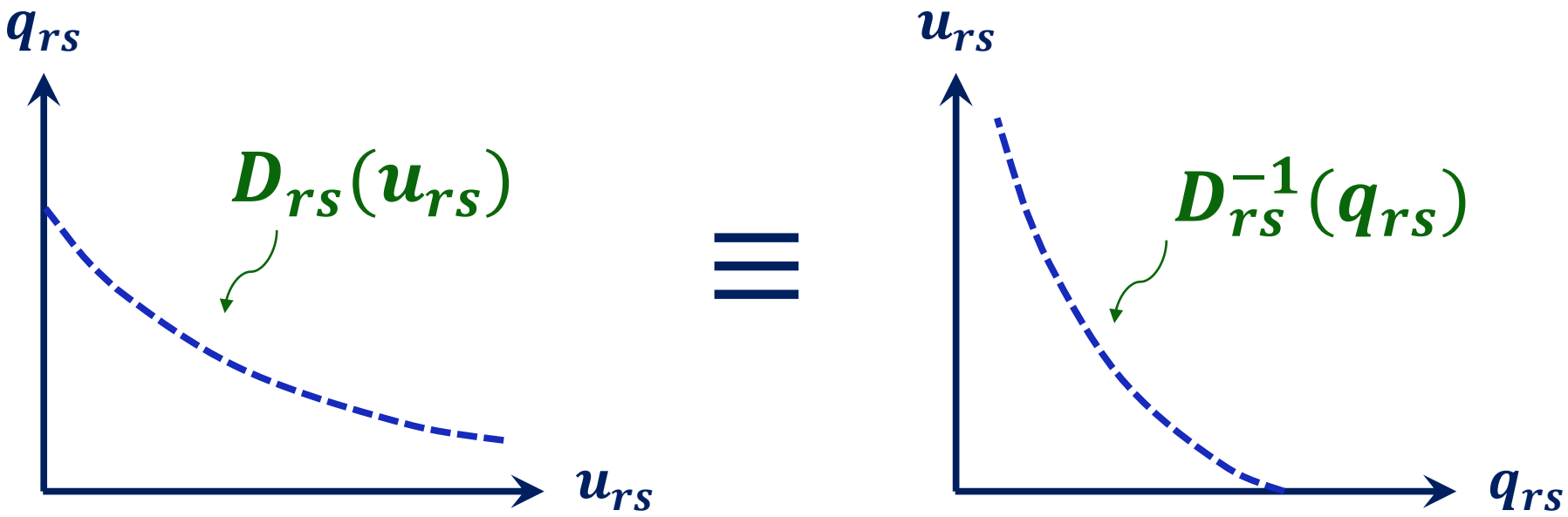
$$q_{rs} = A_r \, B_s \, f(u_{rs}) \quad \forall r, s$$

پارامتر مربوط به مبدأ r

پارامتر مربوط به مقصد s

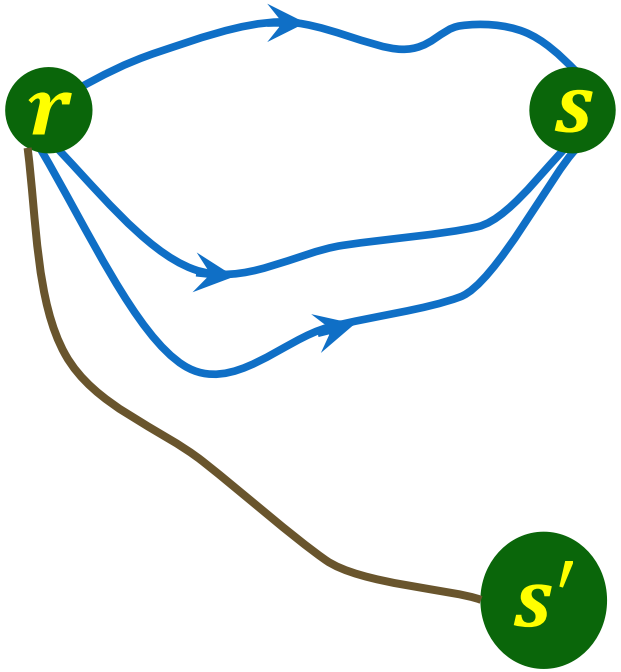


تعادل استفاده کننده با تقاضای متغیر



تعادل استفاده کننده با تقاضای متغیر

$$q_{rs} = A_r\, B_s\, f(u_{rs}) \quad \forall r, s$$



- ✓ تقاضای متغیر: زمان سفر ... حذف یا انتقال تقاضای OD
- ✓ زمان سفر مسیرها به نحوی تعیین شوند که علاوه بر حفظ شرایط تعادل، بیشترین تقاضای هر OD از شبکه عبور داده شود.
- ✓ عبور ماکزیمم تقاضا در کمترین زمان سفرها
- ✓ q_{rs} مجهول (علاوه بر حجم کمانها x_a)

تعادل استفاده کننده با تقاضای متغیر

مقایسه اهداف:

مسئله UE با تقاضای ثابت

کمینه سازی زمان سفر هر یک از رانندگان

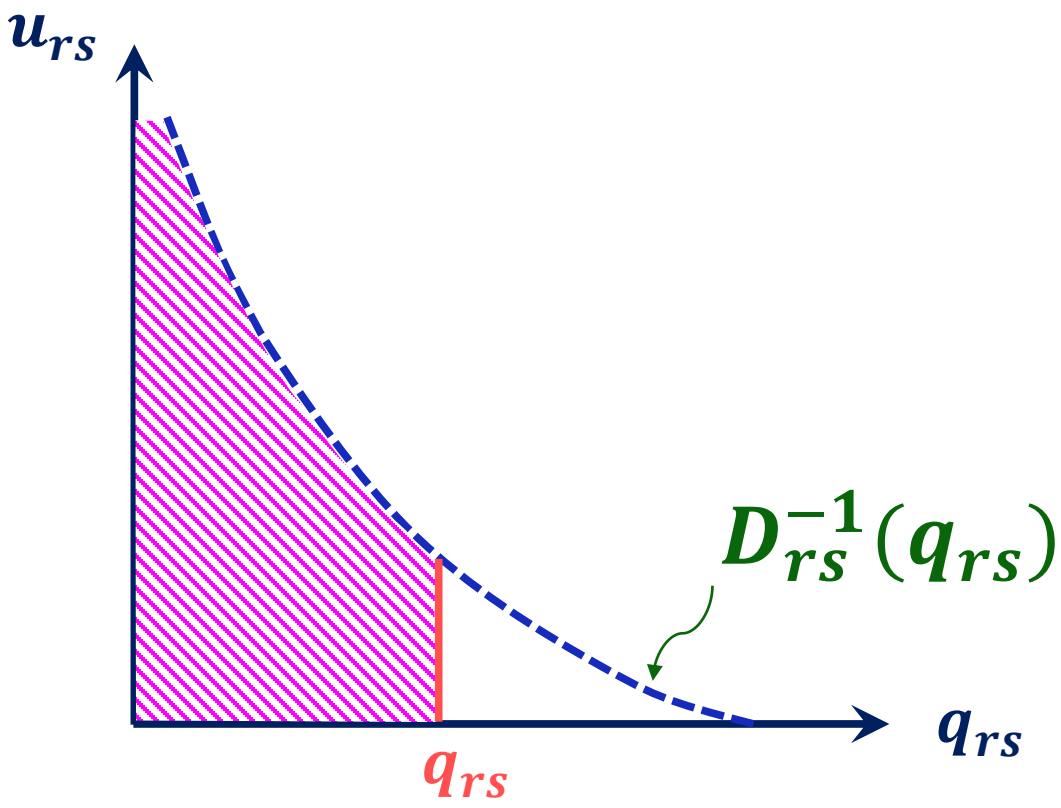
مسئله UE با تقاضای متغیر

کمینه سازی زمان سفر هر یک از رانندگان
همزمان با
ارضای ماکزیمم تقاضا بین هر زوج مبدأ-مقصد

تعادل استفاده کننده با تقاضای متغیر

ارضای ماکزیمم تقاضا بین هر زوج مبدأ–مقصد

$$Max\ q_{rs} \equiv Max \int_0^{q_{rs}} D_{rs}^{-1}(\omega)d\omega$$



تعادل استفاده کننده با تقاضای متغیر

مسئله تخصیص ترافیک در شرایط تعادل استفاده کننده (با تقاضای متغیر):

$$Min\ Z(X,q) = \sum_a \int_0^{x_a} t_a(\omega)d\omega - \sum_{rs} \int_0^{q_{rs}} D_{rs}^{-1}(\omega)d\omega$$

تابع عملکرد کمانها

تابع معکوس تقاضای OD ها

$$S.t.$$

$$\sum_k f_k^{rs} = q_{rs} = D_{rs}(u_{rs}) \quad \forall r,s$$

$$f_k^{rs} \geq 0 \qquad \forall k,r,s$$

$$x_a = \sum_r \sum_s \sum_k f_k^{rs} \delta_{a,k}^{rs}$$ محدودیت تعریفی:

مقایسه مدلهای ریاضی:

مسئله UE با تقاضای ثابت

$$Min\ Z(X) = \sum_a \int_0^{x_a} t_a(\omega) d\omega$$

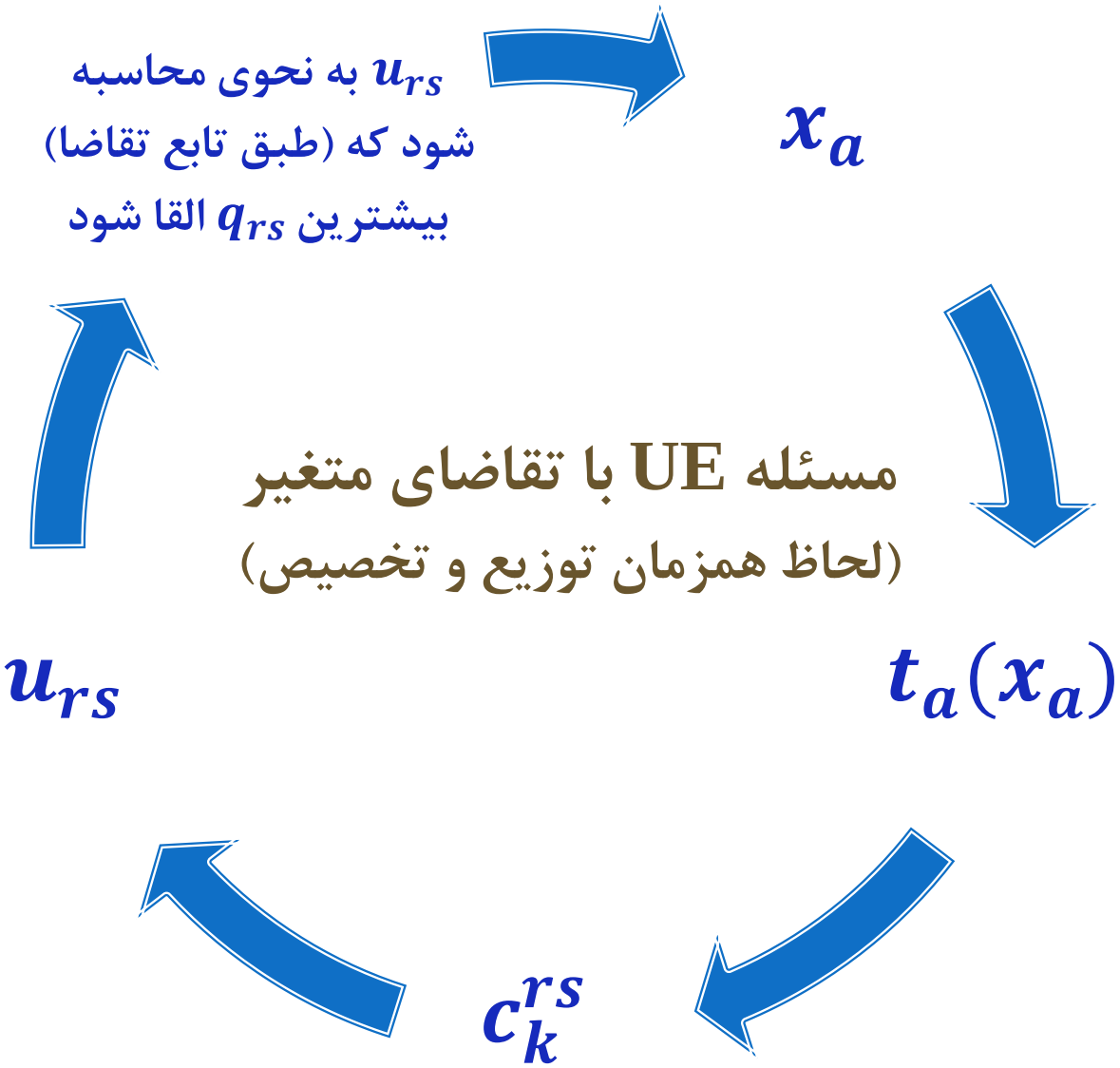
$$S.t.\ \sum_k f_k^{rs} = q_{rs}\ \ f_k^{rs} \geq 0$$

مسئله UE با تقاضای متغیر

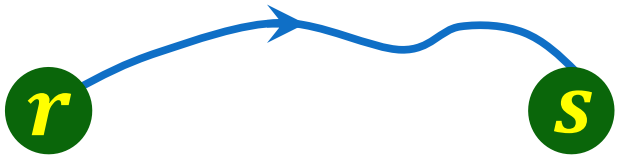
$$Min\ Z(X,q) = \sum_a \int_0^{x_a} t_a(\omega) d\omega - \sum_{rs} \int_0^{q_{rs}} D_{rs}^{-1}(\omega) d\omega$$

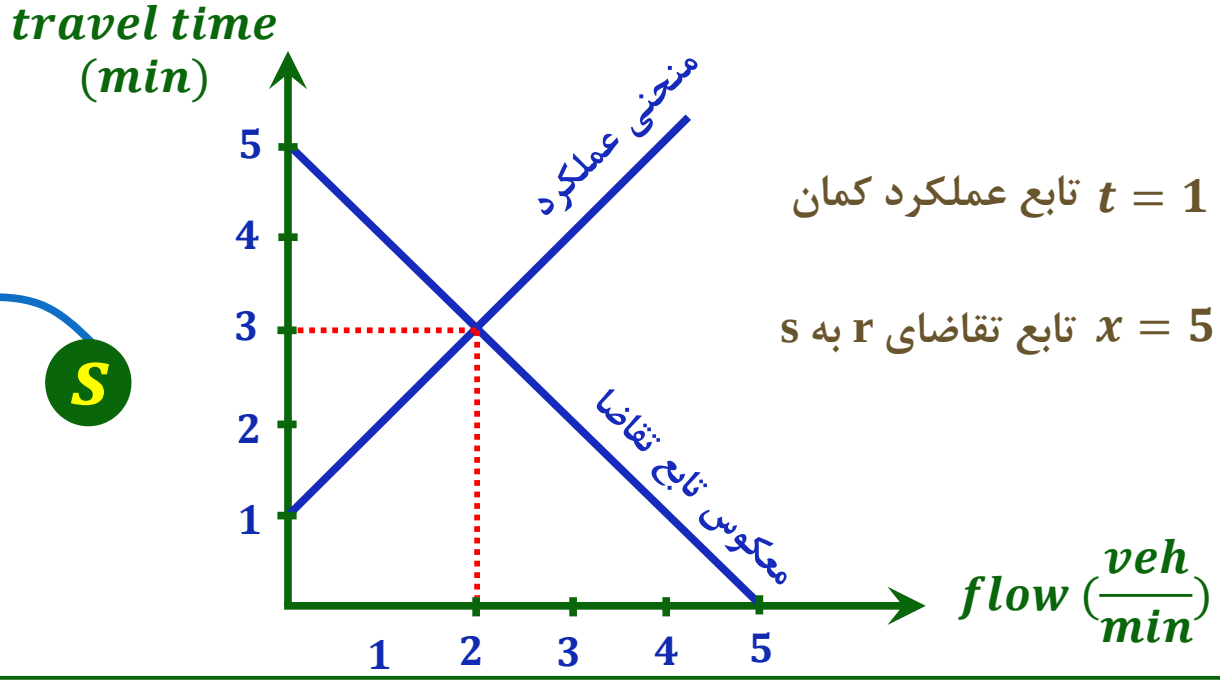
$$S.t.\ \sum_k f_k^{rs} = q_{rs} = D_{rs}(u_{rs})\ \ f_k^{rs} \geq 0$$

تعادل استفاده کننده با تقاضای متغیر



تعادل استفاده کننده با تقاضای متغیر





مثال:

تابع عملکرد کمان $t = 1 + x$

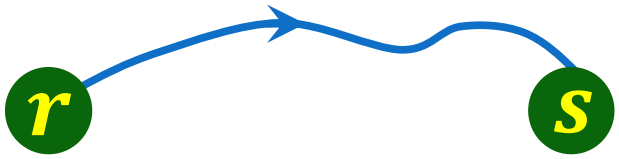
تابع تقاضای r به s $x = 5 - t$

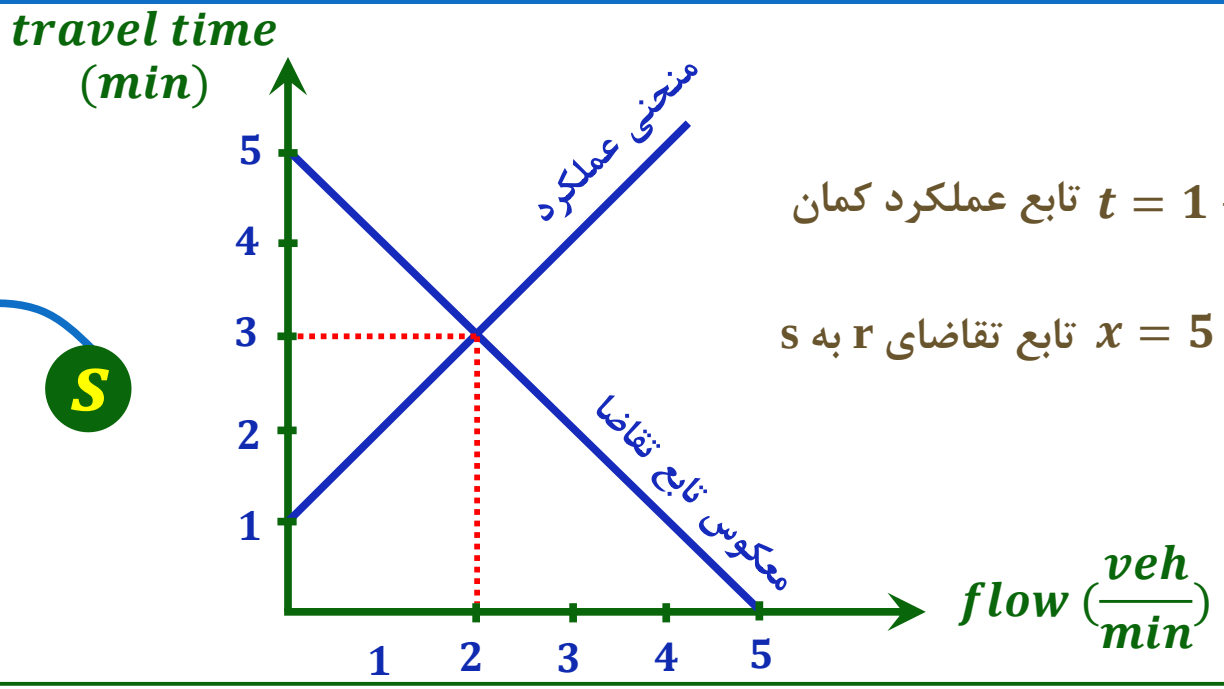
روش اول

تلاقی

$$\begin{cases} t = 1 + x \\ x = 5 - t \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x^* = 2 \\ t^* = 3 \end{cases}$$

تعادل استفاده کننده با تقاضای متغیر





مثال:

تابع عملکرد کمان $t = 1 + x$

تابع تقاضای r به s $x = 5 - t$

روش دوم

$$Min\ Z(x) = \int_0^x (1+\omega)d\omega - \int_0^x (5-\omega)d\omega$$

$$S.t.\ \ x = x\ , x \geq 0$$

تک متغیره
بدون محدودیت

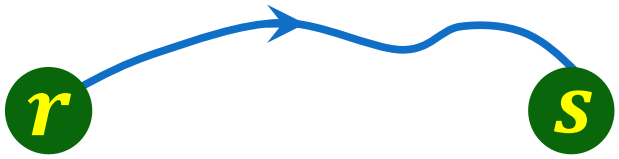
$$\frac{dZ(x)}{dx} = 0 \rightarrow \begin{cases} x^* = 2 \\ t^* = 3 \end{cases}$$

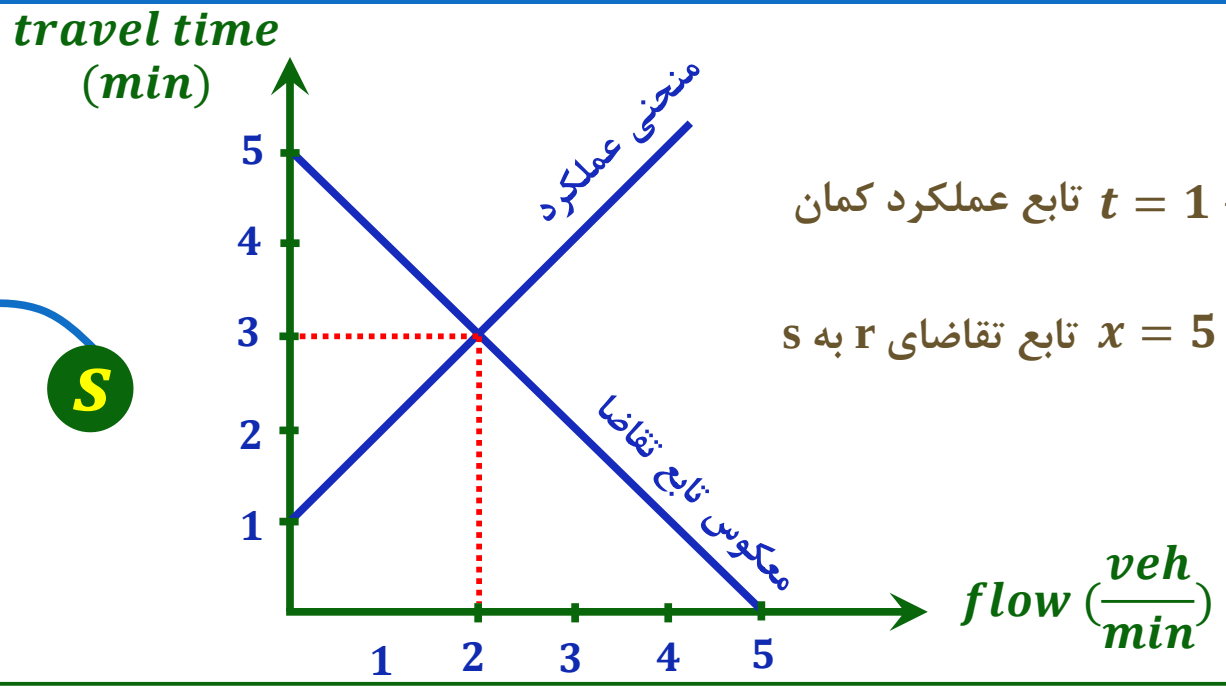
تعادل استفاده کننده با تقاضای متغیر

مثال:

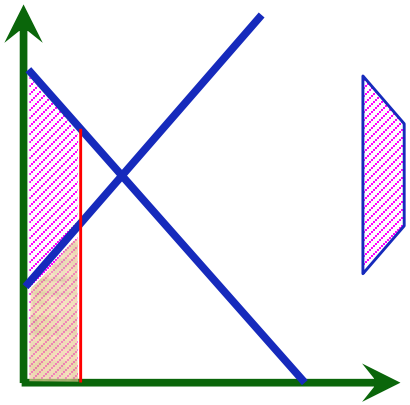
تابع عملکرد کمان $t = 1 + x$

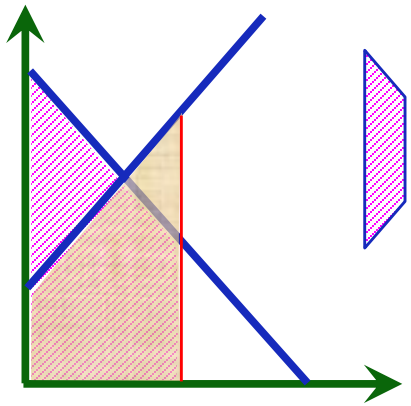
تابع تقاضای r به s $x = 5 - t$

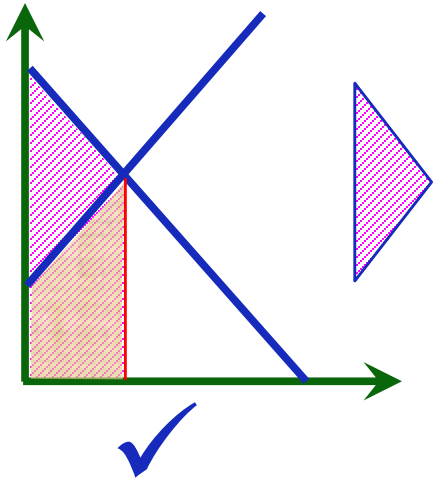




ماکزیمم مساحت زیر تابع معکوس تقاضا منهای مساحت زیر تابع عملکرد کمان در کدام نقطه روی میدهد؟







Sheffi Y (1985), Urban Transportation Networks: Equilibrium Analysis with Mathematical Programming Methods, Prentice Hall, New Jersey. (Chapter 6)