دانشگاه صنعتی اصفهان
دانشکده مهندسی حمل و نقل

تحلیل سیستم های حمل و نقل

حل مسئله تعادل استفاده کننده

(روشهای ابتکاری)

مدرس: محمد تمنایی

بهار ۱۳۹۶

حل مسئله تعادل استفاده کننده

فهرست:

- ✓ الگوریتم تخصیص به روش محدودیت ظرفیت
- ✓ الگوریتم تخصیص به روش محدودیت ظرفیت اصلاح شده
- ✓ الگوریتم تخصیص به روش جزیی
- ✓ الگوریتم ترکیب محدب

حل مسئله تعادل استفاده کننده

یادآوری:

تعادل استفاده کننده User Equilibrium (UE):

در انتخاب مسیر: هر استفاده کننده زمان سفر خود را کمینه میکند.

(نمی تواند بطور یکجانبه زمان سفر خود را بهبود دهد، عدم نیروی اجباری خالص)

(تعادل UE = تعادل واردراپ)

شرط UE:

برای هر مبدأ-مقصد:

زمان سفر مسیرهای استفاده شده برابر با u باشد.

زمان سفر مسیرهای استفاده نشده بیشتر یا مساوی u باشد.

روش مناسب برای حل مسئله UE

؟؟

روش محدودیت ظرفیت Capacity Restraint

«اعمال تخصیص همه یا هیچ در تکرارهای مختلف»

(روش ابتکاری)

گام ۰: شروع) اجرای تخصیص AON بر اساس $t_a^0 = t_a(0), \forall a$ حجم جریان کمانها $\{x_a^0\}$ $n \leftarrow 1$

گام ۱: آپدیت) آپدیت زمان سفر کمانها $t_a^n = t_a\left(x_a^{n-1}\right), \forall a$

گام ۲: بارگذاری) اجرای تخصیص AON بر اساس $\{t_a^n\}$ حجم جریان کمانها $\{x_a^0\}$

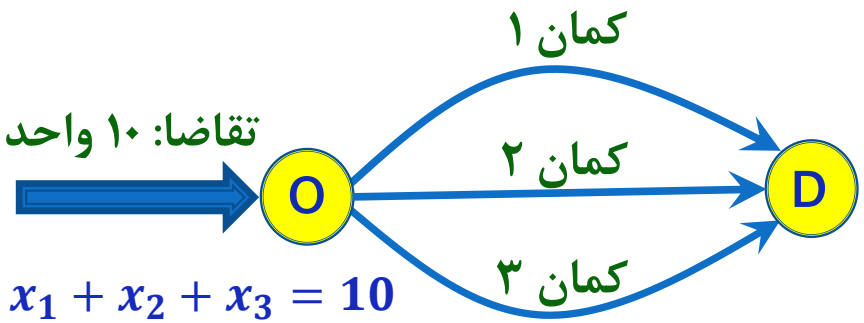
گام ۳: شرط توقف) اگر n=N پایان. وگرنه $n \leftarrow n+1$ و برو به گام ۱. (N تعداد تکرار ورودی مسئله است)

مثال:

$$t_1(x_1) = 10[1 + 0.15\left(\frac{x_1}{2}\right)^4]$$

$$t_2(x_2) = 20[1 + 0.15\left(\frac{x_2}{2}\right)^4]$$

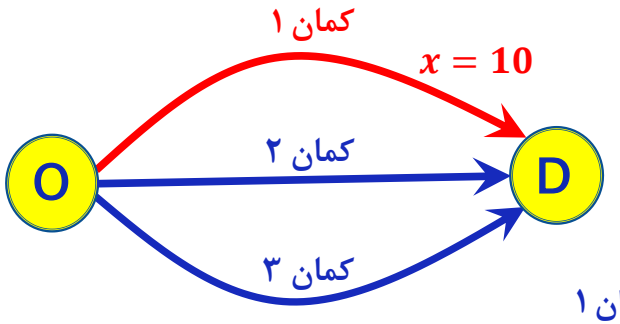
$$t_3(x_3) = 25[1 + 0.15\left(\frac{x_3}{2}\right)^4]$$



الگوریتم Capacity Restraint

شماره تکرار	گام	کمان۱	کمان۲	کمان۳
۰	شروع	$t_1^0 = 10$ $x_1^0 = 10$	$t_2^0 = 20$ $x_2^0 = 0$	$t_3^0 = 25$ $x_3^0 = 0$
۱	آپدیت بارگذاری	$t_1^1 = 947$ $x_1^1 = 0$	$t_2^1 = 20$ $x_2^1 = 10$	$t_3^1 = 25$ $x_3^1 = 0$
۲	آپدیت بارگذاری	$t_1^2 = 10$ $x_1^2 = 10$	$t_2^2 = 137$ $x_2^2 = 0$	$t_3^2 = 25$ $x_3^2 = 0$
۳	آپدیت بارگذاری	$t_1^3 = 947$ $x_1^3 = 0$	$t_2^3 = 20$ $x_2^3 = 10$	$t_3^3 = 25$ $x_3^3 = 0$
...				

مثال:



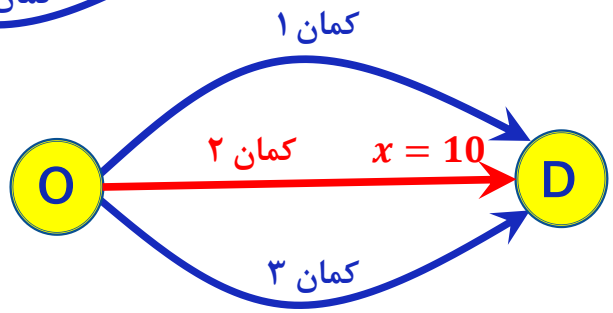
- ✓ روش محدودیت ظرفیت:

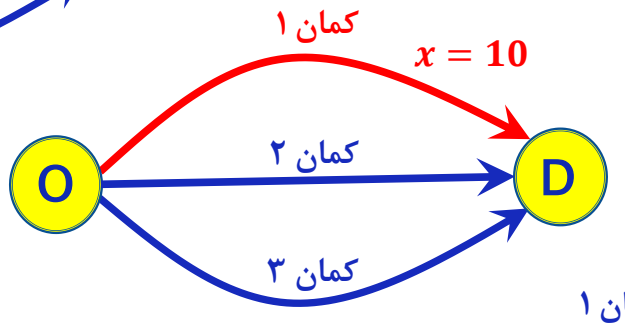
در هر تکرار، کل تقاضا به یک مسیر تخصیص می یابد.

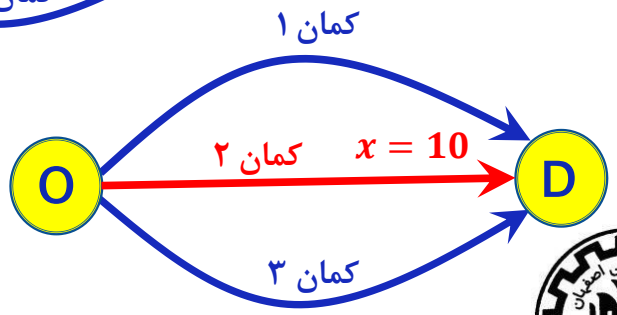
- ✓ تخصیص، بین کمان ۱ و ۲ مرتباً جابجا می شود.

(غیرهمگرا)

- ✓ ~~شرایط UE~~







روش محدودیت ظرفیت اصلاح شده Modified Capacity Restraint

«اعمال تخصیص همه یا هیچ در تکرارهای مختلف»

+

کاهش شدت تاثیر زمان سفر تکرار قبلی (Smoothing)

«استفاده از متغیر موقتی زمان سفر τ_a^n»

- ✓ روش محدودیت ظرفیت:

  تخصیص تکرار بعدی، بر اساس زمان سفر تکرار قبلی

- ✓ روش محدودیت ظرفیت اصلاح شده:

  تخصیص تکرار بعدی، بر اساس زمان سفر دو تکرار قبلی

روش محدودیت ظرفیت اصلاح شده Modified Capacity Restraint

گام ۰: شروع) اجرای تخصیص AON بر اساس $t_a^0 = t_a(0), \forall a$ حجم جریان کمانها $\{x_a^0\}$ $n \leftarrow 1$

گام ۱: آپدیت) آپدیت زمان سفر کمانها $\tau_a^n = t_a\left(x_a^{n-1}\right), \forall a$

گام ۲: Smoothing) آپدیت زمان سفر کمانها $t_a^n = 0.75 t_a\left(x_a^{n-1}\right) + 0.25\tau_a^n, \forall a$

گام ۳: بارگذاری) اجرای تخصیص AON بر اساس $\{t_a^n\}$ حجم جریان کمانها $\{x_a^0\}$

گام ۴: شرط توقف) اگر n=N برو به گام ۵. وگرنه $n \leftarrow n+1$ و برو به گام ۱. (N تعداد تکرار ورودی مسئله است)

گام ۵: متوسط گیری) قرار بده $x_a^* = \frac{1}{4}\sum_{l=0}^{3} x_a^{n-l}, \forall a$. پایان.

حل مسئله تعادل استفاده کننده

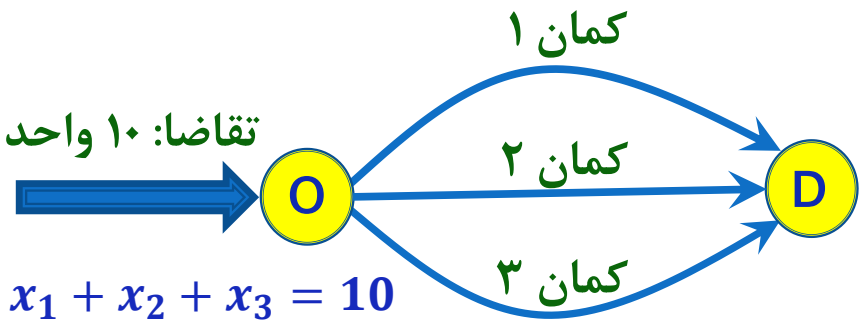
تخصیص: محدودیت ظرفیت اصلاح شده

مثال:

$$t_1(x_1) = 10[1 + 0.15\left(\frac{x_1}{2}\right)^4]$$

$$t_2(x_2) = 20[1 + 0.15\left(\frac{x_2}{2}\right)^4]$$

$$t_3(x_3) = 25[1 + 0.15\left(\frac{x_3}{2}\right)^4]$$



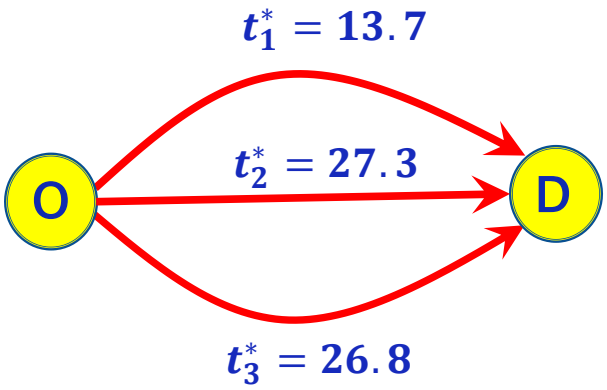
$$x_1 + x_2 + x_3 = 10$$

Modified Capacity Restraint

شماره تکرار	گام	کمان۱	کمان۲	کمان۳
۰	شروع	$t_1^0 = 10$ $x_1^0 = 10$	$t_2^0 = 20$ $x_2^0 = 0$	$t_3^0 = 25$ $x_3^0 = 0$
۱	آپدیت	$\tau_1^1 = 947$	$\tau_2^1 = 20$	$\tau_3^1 = 25$
	Smoothing	$t_1^1 = 244$	$t_2^1 = 10$	$t_3^1 = 0$
	بارگذاری	$x_1^1 = 0$	$x_2^1 = 10$	$x_3^1 = 0$
۲	آپدیت	$\tau_1^2 = 10$	$\tau_2^2 = 137$	$\tau_3^2 = 25$
	Smoothing	$t_1^2 = 186$	$t_2^2 = 49$	$t_3^2 = 25$
	بارگذاری	$x_1^2 = 0$	$x_2^2 = 0$	$x_3^2 = 10$
۳	آپدیت	$\tau_1^3 = 10$	$\tau_2^3 = 20$	$\tau_3^3 = 488$
	Smoothing	$t_1^3 = 142$	$t_2^3 = 42$	$t_3^3 = 141$
	بارگذاری	$x_1^3 = 0$	$x_2^3 = 10$	$x_3^3 = 0$
	متوسط گیری	$t_1^* = 13.7$ $x_1^3 = 2.5$	$t_2^* = 27.3$ $x_2^3 = 5$	$t_3^* = 26.8$ $x_3^3 = 2.5$

مثال:

- ✓ روش محدودیت ظرفیت اصلاح شده
- ✓ ~~شرایط UE~~



روش تخصیص جزیی Incremental Assignment

«اعمال بخشی از تقاضا در هریک از تکرارهای الگوریتم»

(روش ابتکاری)

گام ۰: شروع) هر مقدار تقاضا را به N جزء مساوی تقسیم کنید ($q_{rs}^n = q_{rs}/N$). حجم جریان کمانها $\{x_a^0\}$

$n \leftarrow 1$

گام ۱: آپدیت) آپدیت زمان سفر کمانها $t_a^n = t_a\left(x_a^{n-1}\right), \forall a$

گام ۲: بارگذاری جزیی) اجرای تخصیص AON بر اساس $\{t_a^n\}$ فقط برای q_{rs}^n الگوی جریان $\{w_a^n\}$

گام ۳: جمع جریانها) $x_a^n = x_a^{n-1} + w_a^n, \forall a$

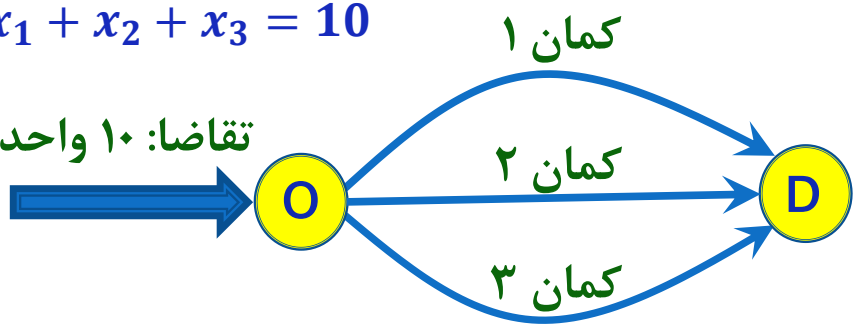
گام ۴: شرط توقف) اگر n=N پایان. وگرنه $n \leftarrow n+1$ و برو به گام ۱.

حل مسئله تعادل استفاده کننده

تخصیص به روش جزیی

مثال:

$$x_1 + x_2 + x_3 = 10$$



$$t_1(x_1) = 10[1 + 0.15\left(\frac{x_1}{2}\right)^4]$$

$$t_2(x_2) = 20[1 + 0.15\left(\frac{x_2}{2}\right)^4]$$

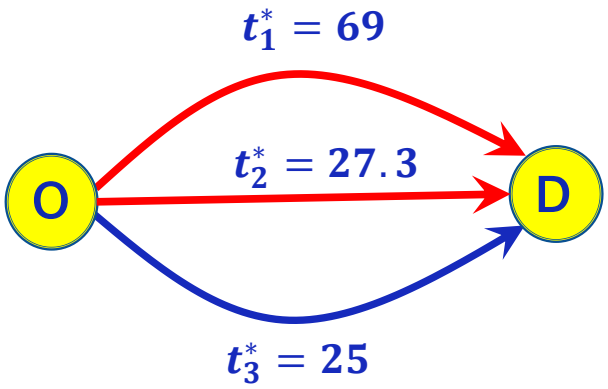
$$t_3(x_3) = 25[1 + 0.15\left(\frac{x_3}{2}\right)^4]$$

Incremental Assignment

شماره تکرار	گام	کمان۱	کمان۲	کمان۳
۱	آپدیت	$t_1^1 = 10$	$t_2^1 = 20$	$t_3^1 = 25$
	بارگذاری جزیی	$w_1^1 = 2.5$	$w_2^1 = 0$	$w_3^1 = 0$
	جمع	$x_1^1 = 2.5$	$x_2^1 = 10$	$x_3^1 = 0$
۲	آپدیت	$t_1^2 = 14$	$t_2^2 = 20$	$t_3^2 = 25$
	بارگذاری جزیی	$w_1^2 = 2.5$	$w_2^2 = 0$	$w_3^2 = 0$
	جمع	$x_1^2 = 5$	$x_2^2 = 0$	$x_3^2 = 0$
۳	آپدیت	$t_1^3 = 69$	$t_2^3 = 20$	$t_3^3 = 25$
	بارگذاری جزیی	$w_1^3 = 0$	$w_2^3 = 2.5$	$w_3^3 = 0$
	جمع	$x_1^3 = 5$	$x_2^3 = 2.5$	$x_3^3 = 0$
۴	آپدیت	$t_1^4 = 69$	$t_2^4 = 20.5$	$t_3^4 = 25$
	بارگذاری جزیی	$w_1^4 = 0$	$w_2^4 = 2.5$	$w_3^4 = 0$
	جمع	$x_1^4 = 5$	$x_2^4 = 5$	$x_3^4 = 0$
		$t_1^* = 69$	$t_2^* = 27.3$	$t_3^* = 25$

حل مسئله تعادل استفاده کننده

مثال:



- ✓ روش تخصیص جزیی
- ✓ ~~شرایط UE~~

شرایط تخصیص UE:

زمان سفر مسیرهای استفاده شده یک OD با هم برابر است.

زمان سفر مسیرهای استفاده نشده OD بزرگتر (یا مساوی) است.

- ✓ ممکن است روش تخصیص جزیی با تعداد تکرار خیلی زیاد، به شرایط UE نزدیک شود.
- ✓ با اینحال، تعداد تکرار خیلی زیاد در روش تخصیص جزیی، لزوماً متضمن شرایط UE نیست.

حل مسئله تعادل استفاده کننده

- ✓ روش ابتکاری محدودیت ظرفیت
- ✓ روش ابتکاری محدودیت ظرفیت اصلاح شده
- ✓ روش ابتکاری تخصیص جزیی

} خروجی هیچ یک، شرایط UE نیست.

روش مناسب برای حل مسئله UE

؟؟

Sheffi Y (1985), Urban Transportation Networks: Equilibrium Analysis with Mathematical Programming Methods, Prentice Hall, New Jersey. (Chapter 5)