دانشگاه صنعتی اصفهان
دانشکده مهندسی حمل و نقل

تحلیل سیستم های حمل و نقل

فرمول بندی مساله تخصیص

«تحلیل جریان در تخصیص های UE و SO»

مدرس: محمد تمنایی

بهار ۱۳۹۶

فرمول بندی مساله تخصیص

فهرست:

- ✓ مرور مباحث قبلی
- ✓ شرایط برابری جوابهای تخصیص UE و تخصیص SO
- ✓ تأثیرات سیاست های مدیریت تقاضا و عرضه

فرمول بندی مساله تخصیص

مسئله تخصیص ترافیک در شرایط تعادل استفاده کننده (با تقاضای ثابت):

Beckmann Model

$$Min\ Z(X) = \sum_a \int_0^{x_a} t_a(\omega)\, d\omega$$

S.t.

$$\sum_k f_k^{rs} = q_{rs} \qquad \forall r, s$$

$$f_k^{rs} \geq 0 \qquad \forall k, r, s$$

$$x_a = \sum_r \sum_s \sum_k f_k^{rs} \delta_{a,k}^{rs}$$ محدودیت تعریفی:

مسئله تخصیص ترافیک در شرایط بهینگی سیستم:

$$Min\ \tilde{Z}(X) = \sum_a x_a \times t_a(x_a)$$

S.t.

$$\sum_k f_k^{rs} = q_{rs} \qquad \forall r, s$$

$$f_k^{rs} \geq 0 \qquad \forall k, r, s$$

$$x_a = \sum_r \sum_s \sum_k f_k^{rs} \delta_{a,k}^{rs}$$ محدودیت تعریفی:

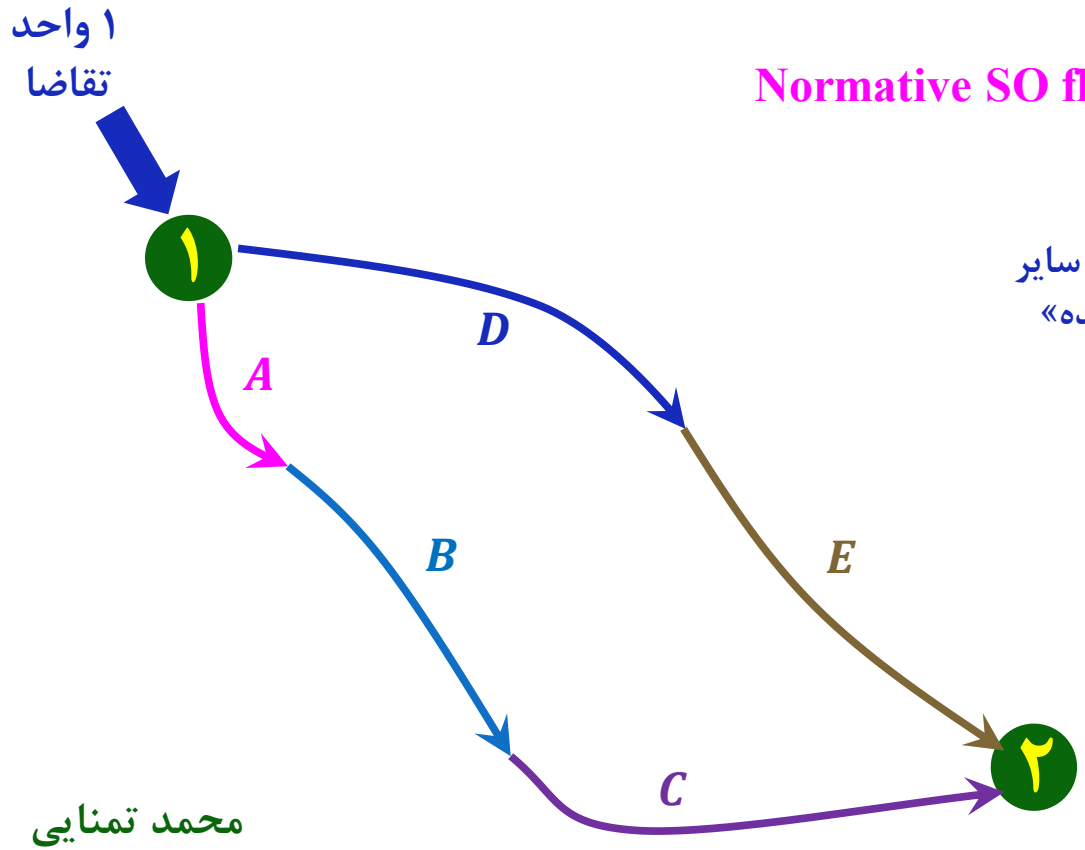
۱ واحد تقاضا به کدام مسیر تخصیص یابد؟ $D-E$ یا $A-B-C$

از منظر تعادل استفاده کننده (UE) Descriptive UE flow pattern

مسیری که در صورت استفاده از آن، فقط زمان سفر خود استفاده کننده کمینه شود.

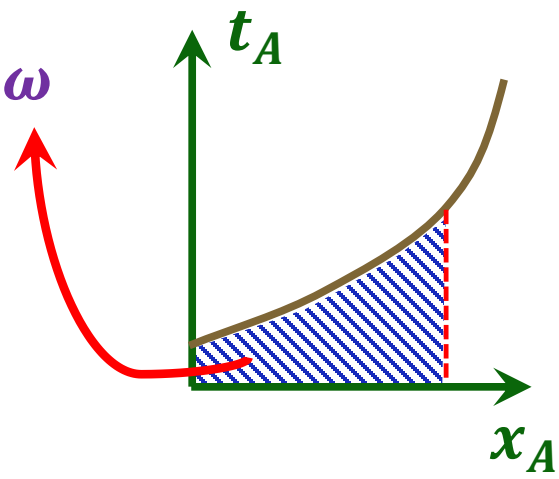
از منظر بهینگی سیستم (SO) Normative SO flow pattern

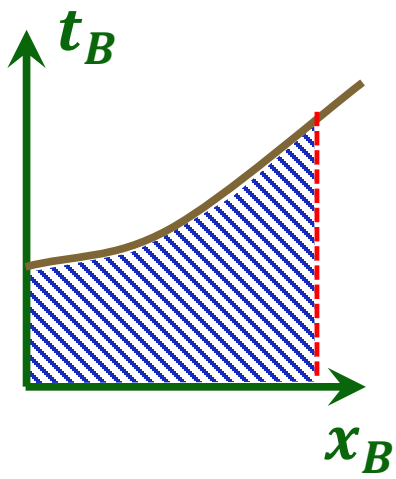
مسیری که در صورت استفاده از آن،
«زمان سفر خود استفاده کننده + زمانهای اضافه شده به سایر استفاده کنندگان ناشی از افزوده شدن یک استفاده کننده»
کمینه شود.

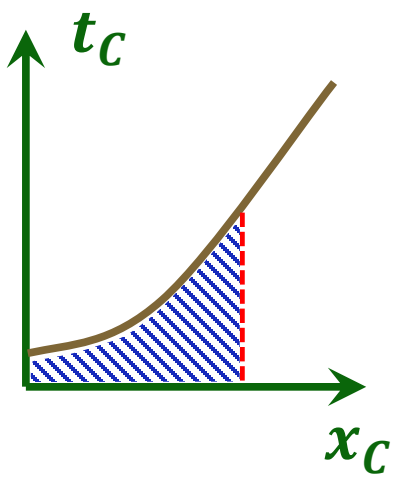


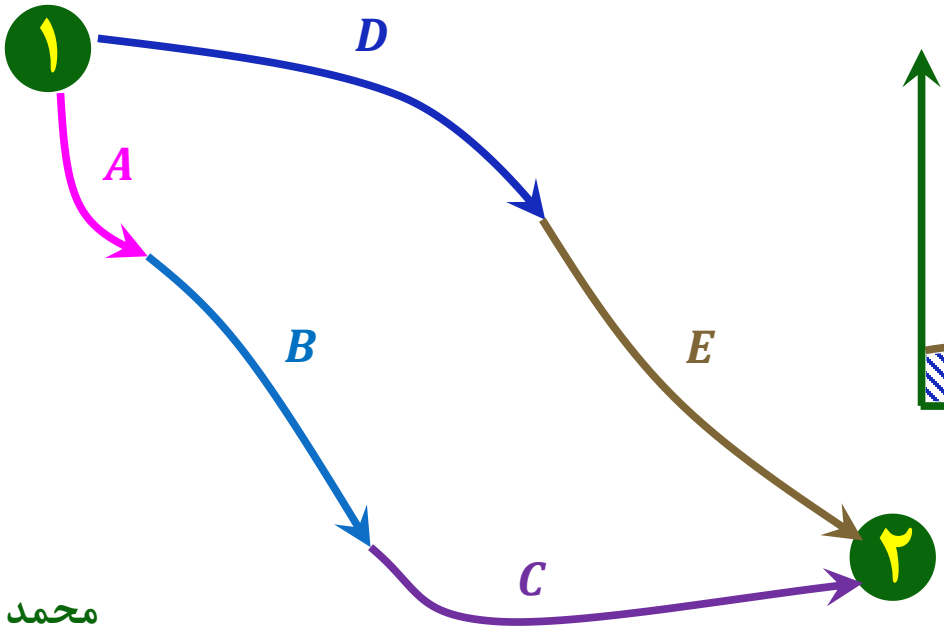
شرایط تعادل استفاده کننده (UE) در حالتی روی می دهد که مجموع سطوح زیر نمودارهای عملکرد کمانها کمینه باشد.

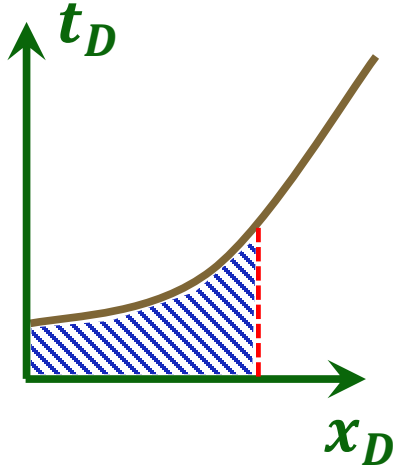
$$\int_0^{x_A} t_A(\omega)\,d\omega$$

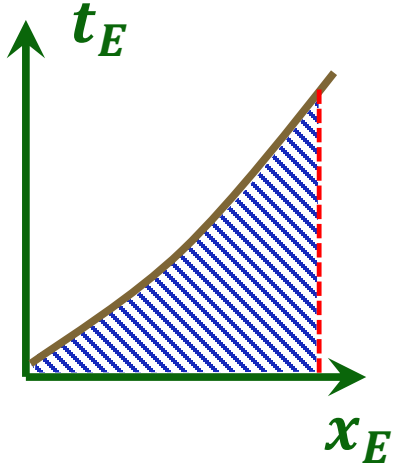








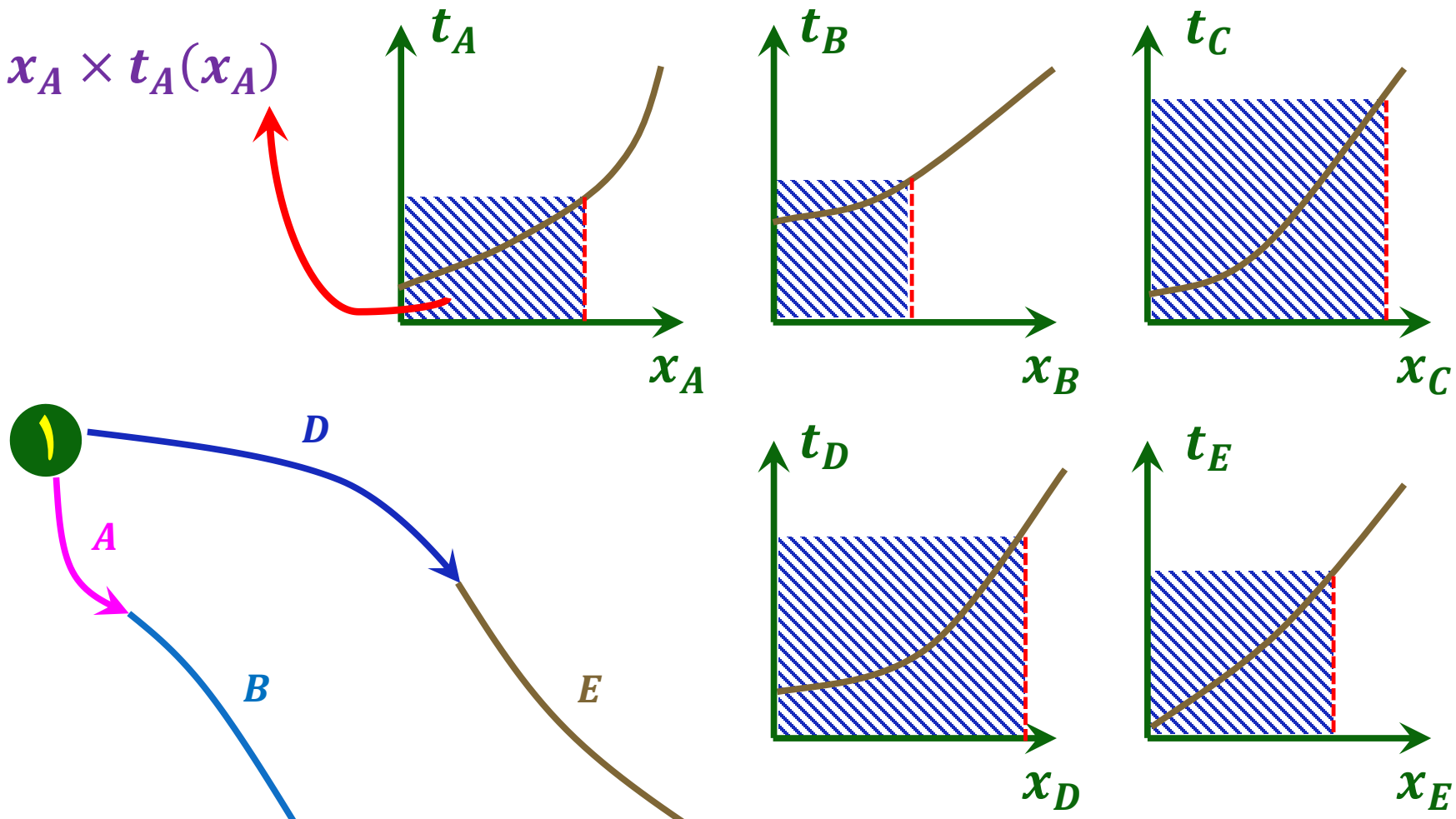




فرمول بندی مساله تخصیص

مفهوم تخصیص تعادل (بهینگی) سیستم SO

شرایط بهینگی سیستم (SO) در حالتی روی می دهد که مجموع زمان سفر کمانهای شبکه کمینه باشد (ارتباطی با مساحت زیر نمودارهای عملکرد کمانها ندارد).



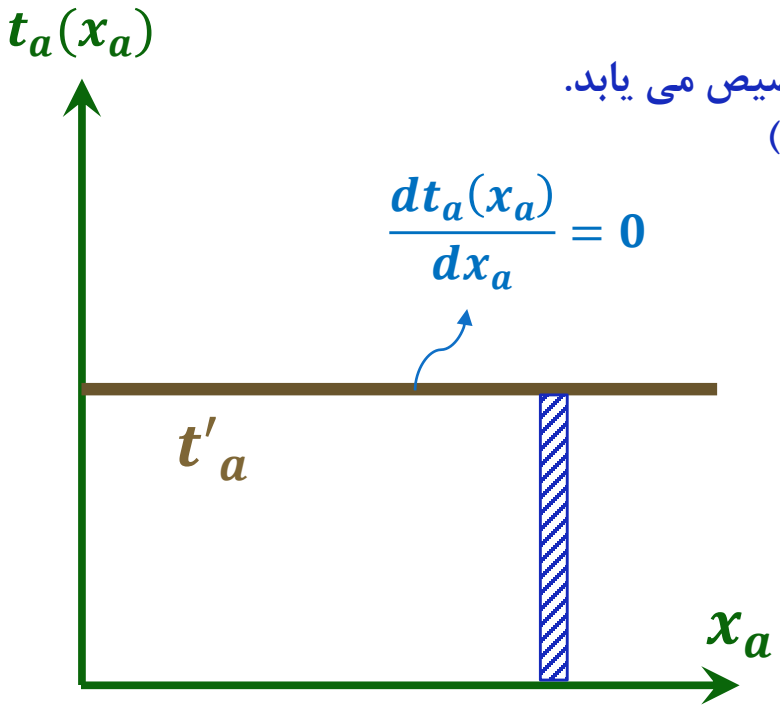
محمد تمنایی

شرایط برابری جوابهای تخصیص UE و تخصیص SO

۱ زمان سفر کمانها ثابت باشد

$$t_a(x_a) = t'_a$$

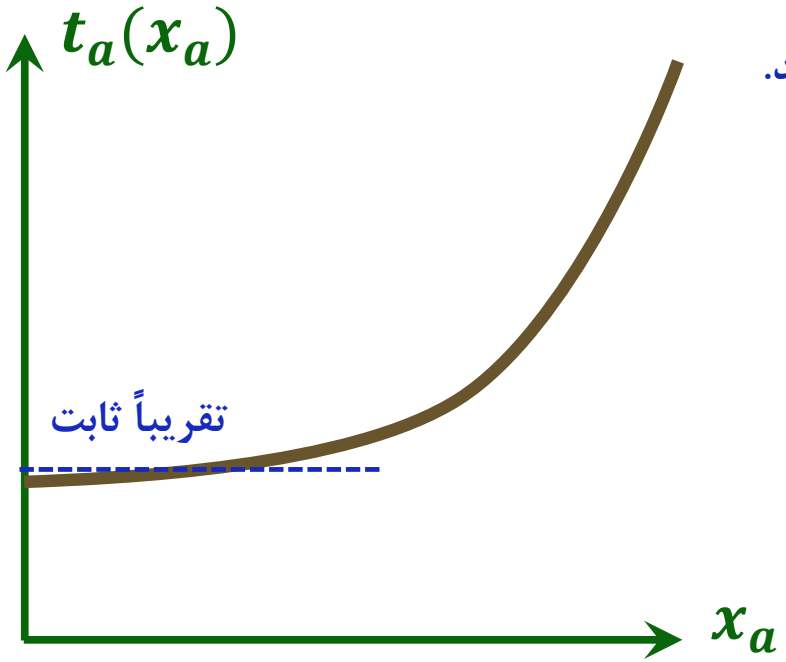
$$Z(X) = \sum_a \int_0^{x_a} t'_a \, d\omega = \sum_a t'_a \int_0^{x_a} d\omega = \sum_a t'_a x_a = \tilde{Z}(X)$$



همه تقاضای یک زوج مبدأ-مقصد به کوتاهترین مسیر آن زوج تخصیص می یابد.
(با تغییر حجم کمانها، کوتاهترین مسیر تغییر نمی کند)

جواب UE و SO
=
جواب تخصیص همه یا هیچ
$A.O.N$

۱ زمان سفر کمانها ثابت باشد



- ✓ شرایطی که جریان در کمانها بسیار کمتر از ظرفیت آنها باشد.
- ✓ شبکه های برون شهری
- ✓ ساعات بسیار خلوت در شبکه های درون شهری

۲ اخذ عوارض استفاده از کمانها به میزان $x_a \frac{dt_a(x_a)}{dx_a}$

$$\tilde{t}_a(x_a) = \left(t_a(x_a) + x_a \frac{dt_a(x_a)}{dx_a} \right) = \frac{d}{dx_a}\left(x_a t_a(x_a)\right)$$

$$Z(X) = \sum_a \int_0^{x_a} \tilde{t}_a(\omega)\, d\omega = \sum_a \int_0^{x_a} \frac{d}{d\omega}\left(\omega t_a(\omega)\right) d\omega = \sum_a \int_0^{x_a} d\left(\omega t_a(\omega)\right)$$

$$= \sum_a x_a t_a(x_a) = \tilde{Z}(X)$$

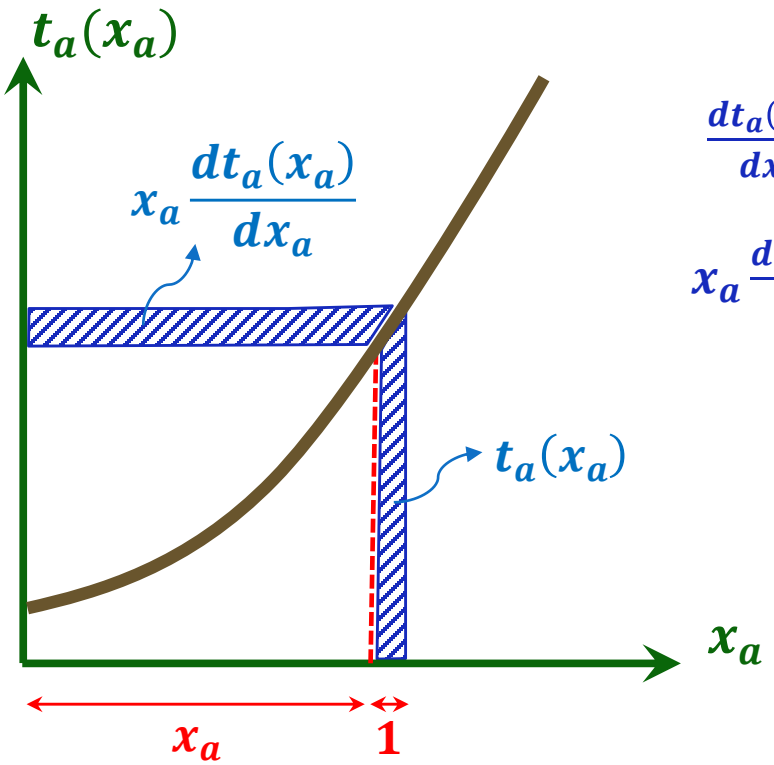
از هریک از استفاده کنندگان کمان a با جریان x_a به میزان $x_a \frac{dt_a(x_a)}{dx_a}$ عوارض استفاده از کمان اخذ گردد.

۲ اخذ عوارض استفاده از کمانها به میزان $x_a \frac{dt_a(x_a)}{dx_a}$

از هریک از استفاده کنندگان کمان a با جریان x_a به میزان $x_a \frac{dt_a(x_a)}{dx_a}$ عوارض استفاده از کمان اخذ گردد.

اضافه شدن نفر $x_a + 1$ ام به کمان a :

- ✓ افزایش زمان سفر هریک از نفرات قبلی کمان به میزان $\frac{dt_a(x_a)}{dx_a}$
- ✓ تحمیل زمان اضافی به کل نفرات قبلی کمان به میزان $x_a \frac{dt_a(x_a)}{dx_a}$



افزایش تفاوت بین جوابهای تخصیص UE و تخصیص SO

- ✓ شرایط تراکم شبکه (ساعات اوج ترافیک)
- ✓ نزدیک شدن حجم کمانها به ظرفیت
- ✓ افزایش $\frac{dt_a(x_a)}{dx_a}$ و افزایش شدید $x_a \frac{dt_a(x_a)}{dx_a}$

زمانهای سفر کمانها $\{t_a\}$ (مربوط به انتخاب مسیر در شرایط UE)

(رانندگان صرفاً $\{t_a\}$ را درک میکنند)

زمانهای سفر حاشیه ای کمانها $\{\tilde{t}_a\}$ (مربوط به انتخاب مسیر در تخصیص SO)

لزوم اعمال سیاستهای مدیریت تقاضا TDM در ساعات اوج ترافیک

تأثیرات سیاست های مدیریت تقاضا و عرضه

سیاستهای مدیریت تقاضا TDM مانند:

- ✓ قیمتگذاری معابر (Road Pricing)
- ✓ چراغهای راهنمایی (Signalling)
- ✓ رمپ های ورودی به بزرگراه (Ramp Metering)
- ✓ قیمتگذاری محدوده (Area Pricing)
- ✓ خطوط چند سرنشین (HOV)
- ✓ ...

وظیفه سیاست های TDM:

سوق دادن تعادل UE به سمت بهینگی سیستم (SO)

قیمتگذاری معابر (Road Pricing)

کاهش تراکم

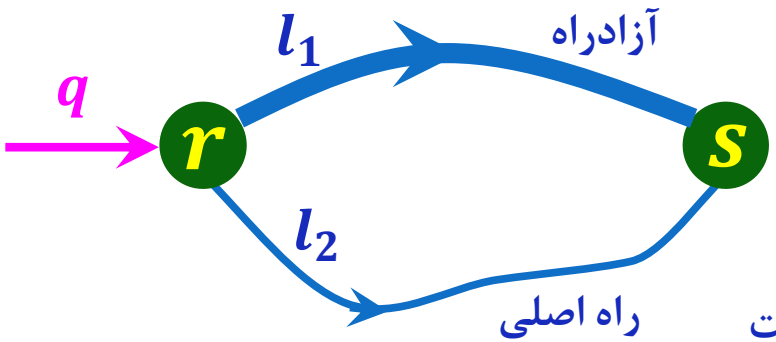
ذخیره سازی ظرفیت

نیاز سخت افزاری

دشواری کنترل معابر

مخالفت شهروندان

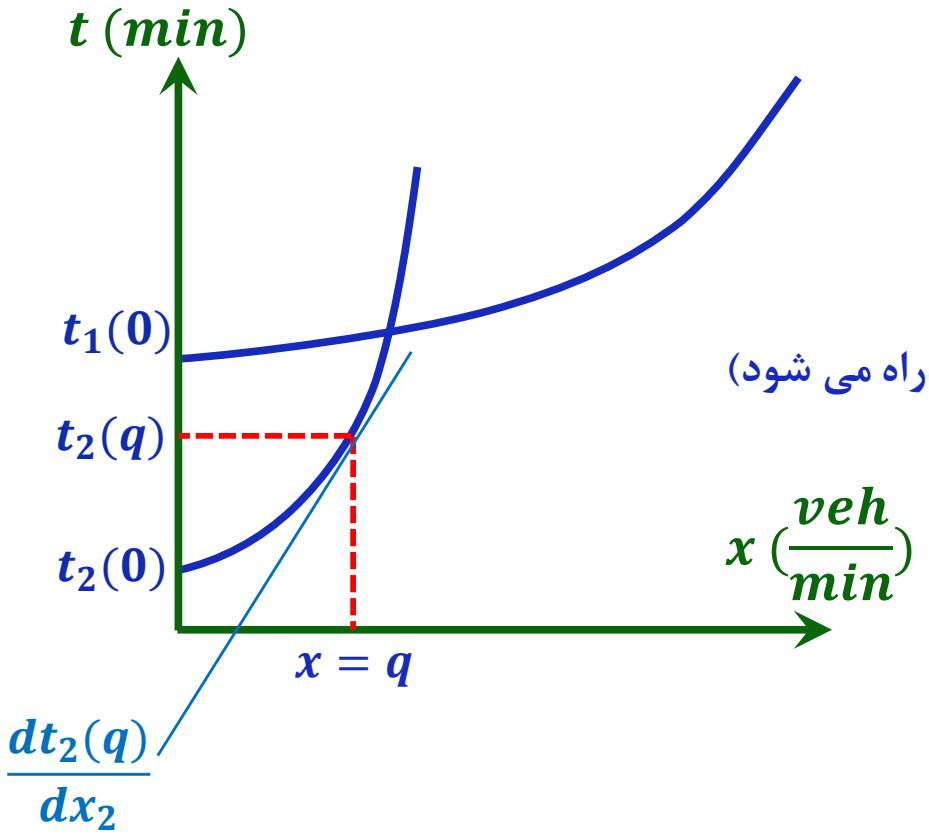
قیمتگذاری معابر (Road Pricing)



جواب تخصیص UE $\begin{cases} x_1^* = 0 \\ x_2^* = q \end{cases}$ جواب بهینه سیستم (SO) نیست

زیرا:

$$\tilde{t}_2(q) = t_2(q) + q\frac{dt_2(q)}{dx_2} > \tilde{t}_1(0)$$



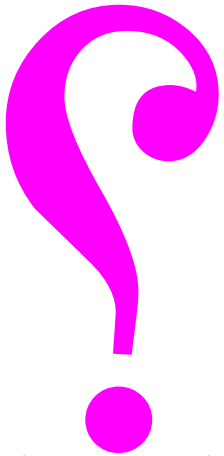
اخذ عوارض: تغییر جواب UE (بخشی از ترافیک وارد آزادراه می شود) به نحوی که:

$$\tilde{t}_2(x_2^*) = \tilde{t}_1(x_1^*)$$

(شرایط SO)

احداث معابر جدید

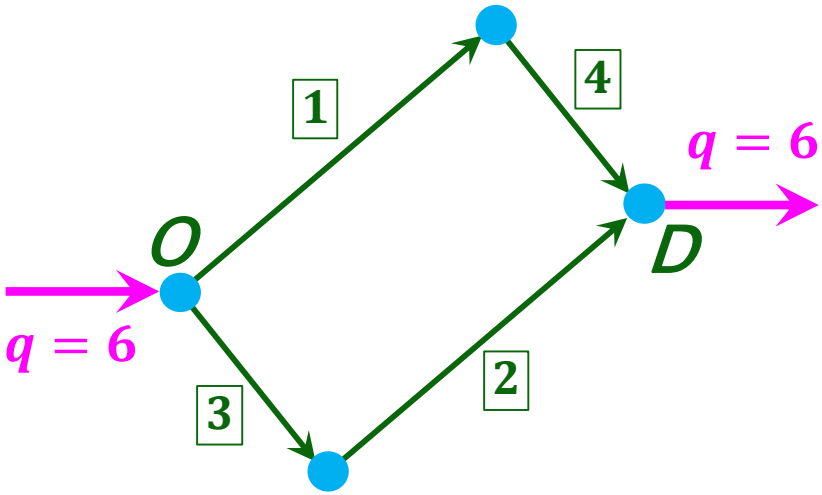
در طراحی شبکه معابر جدید، انتظار داریم پس از احداث معابر جدید، مجموع زمان سفر (تأخیرات) در شبکه کاهش یابد.



با احداث معابر جدید
همواره تأخیرات شبکه کاهش می یابد؟

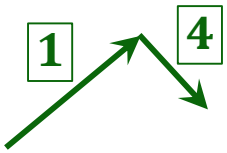
فرمول بندی مساله تخصیص

تناقض بریز (Braess Paradox)

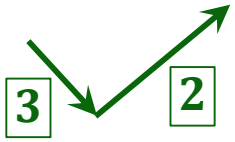


$$\begin{cases} t_1(x_1) = 50 + x_1 \\ t_2(x_2) = 50 + x_2 \\ t_3(x_3) = 10x_3 \\ t_4(x_4) = 10x_4 \end{cases}$$

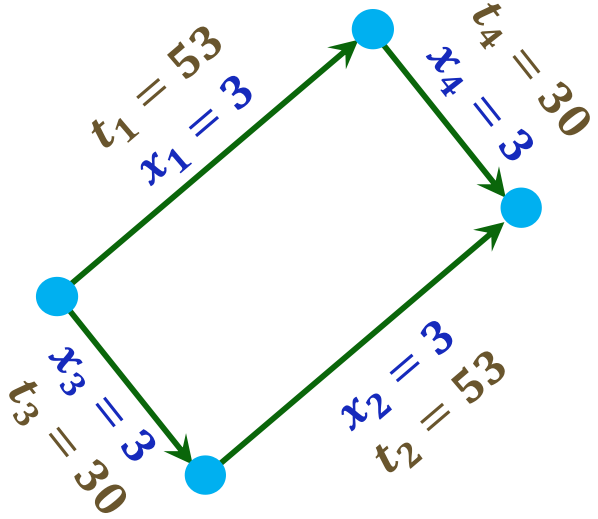
مسیر ۱



مسیر ۲



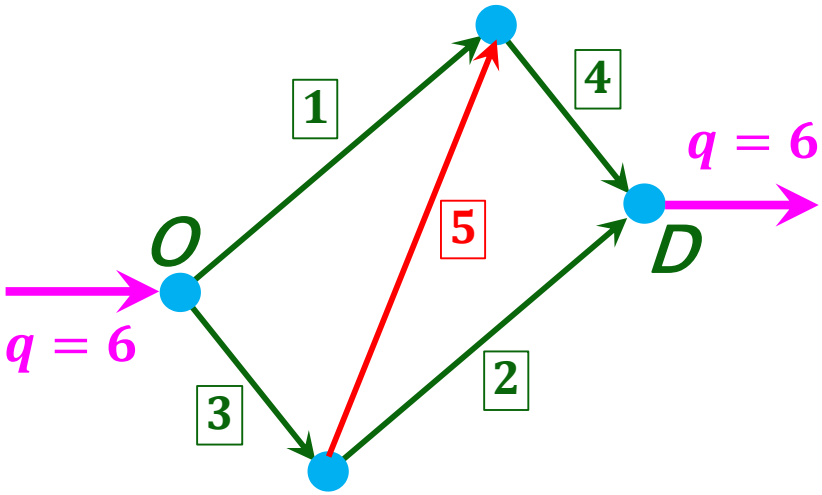
جواب
تخصیص UE



$$\left.\begin{matrix} f_1 = 3 \\ f_2 = 3 \end{matrix}\right\} \quad TTT = \sum_a x_a \times t_a(x_a) = 498$$

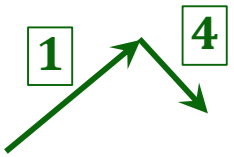
فرمول بندی مساله تخصیص

احداث راه جدید

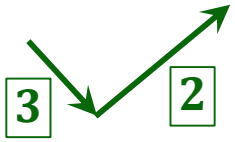


$$\begin{cases} t_1(x_1) = 50 + x_1 \\ t_2(x_2) = 50 + x_2 \\ t_3(x_3) = 10x_3 \\ t_4(x_4) = 10x_4 \end{cases}$$

مسیر ۱

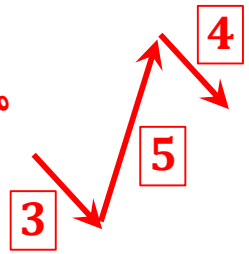


مسیر ۲

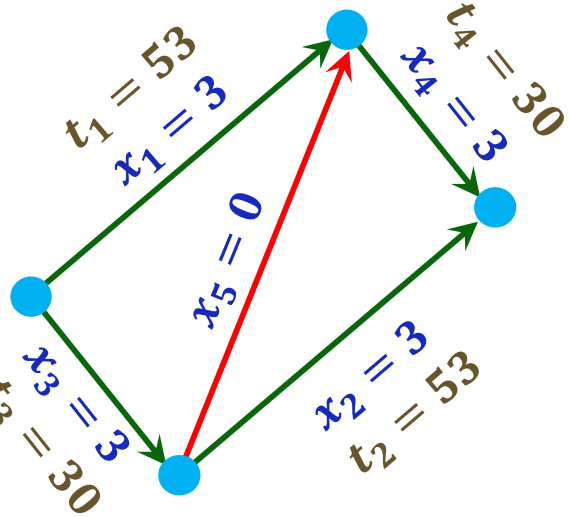


$t_5(x_5) = 10 + x_5$

مسیر ۳



آیا جواب قبلی همچنان یک جواب تعادل UE است؟



$c_1 = 83$

$c_2 = 83$

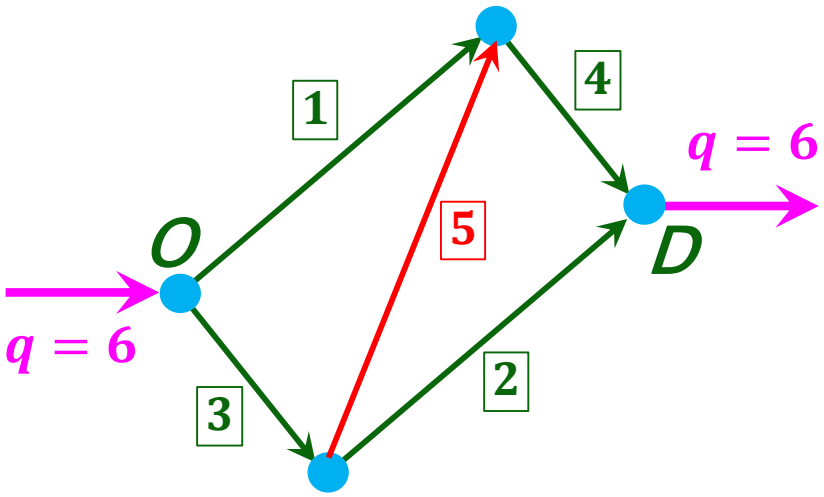
$c_3 = 70$

UE

(زمان مسیر استفاده نشده (c_3) کمتر است!)

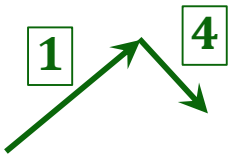
فرمول بندی مساله تخصیص

احداث راه جدید

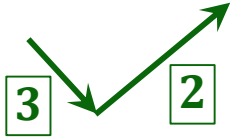


$$\begin{cases} t_1(x_1) = 50 + x_1 \\ t_2(x_2) = 50 + x_2 \\ t_3(x_3) = 10x_3 \\ t_4(x_4) = 10x_4 \end{cases}$$

مسیر ۱

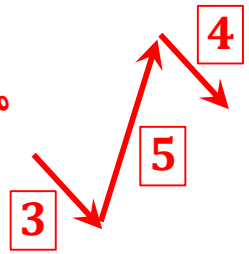


مسیر ۲

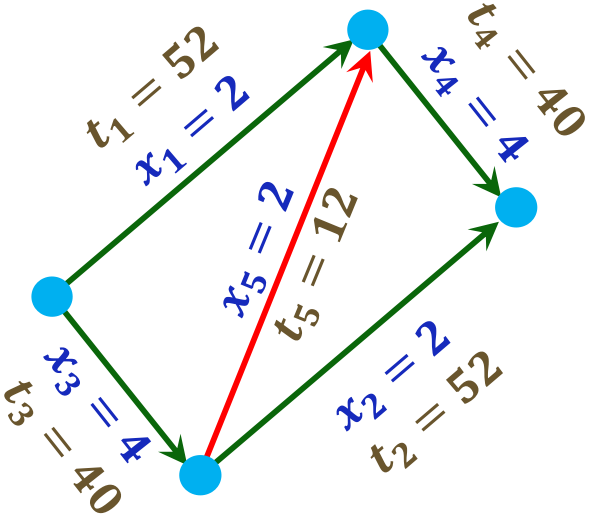


$$t_5(x_5) = 10 + x_5$$

مسیر ۳



جواب
تخصیص UE



$$\left.\begin{matrix} f_1 = 2 \\ f_2 = 2 \\ f_3 = 2 \end{matrix}\right\} \quad TTT = \sum_a x_a \times t_a(x_a) = 552$$

تأخیرات بیشتر از قبل شد!!
(تناقض بریز)

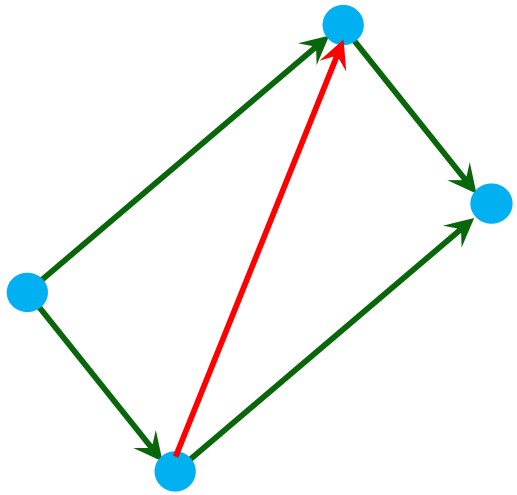
فرمول بندی مساله تخصیص

در واقع، هیچ تناقضی وجود ندارد!

در هر دو حالت (قبل و بعد از احداث راه جدید) تخصیص با استفاده از UE انجام شده است و اصلاً هدف «کاهش مجموع زمان سفر شبکه» پی گرفته نشده است که انتظار این کاهش وجود داشته باشد.

دلیل این پدیده: هر یک از استفاده کنندگان، بدون توجه به سایرین فقط سعی در کاهش زمان سفر خود دارد. لذا لزومی به کاهش $\sum_a x_a \times t_a(x_a)$ نیست.

نکته مهم در طراحی شبکه های حمل و نقل:



افزودن ظرفیت در شبکه

لزوماً همواره مطلوب نیست.

ممکن است تأخیرات را بیشتر کند و وضعیت را بدتر نماید.

افزایش عرضه حمل و نقل الزاماً مجموع هزینه های استفاده کنندگان شبکه را کاهش نمی دهد.

Sheffi Y (1985), Urban Transportation Networks: Equilibrium Analysis with Mathematical Programming Methods, Prentice Hall, New Jersey. (Chapter 3)